



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

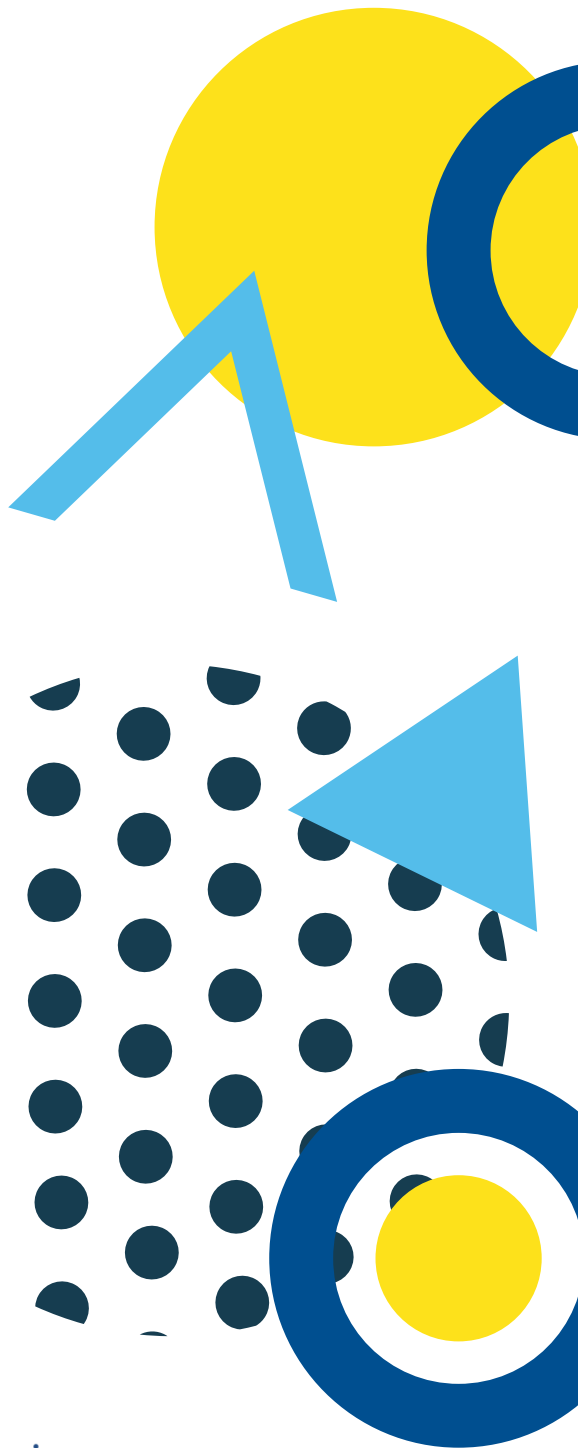
EAN

Escuela de
**Administración de
Negocios**

*Formulario del curso:
DN-0112 Gerencia de
Calidad*

2026

Una larga trayectoria de excelencia...





ÍNDICE

1. ESTADÍSTICA ELEMENTAL	4
Intervalos de clase	4
Medidas de Posición para Datos Agrupados:	5
Medidas de Forma para Datos sin Agrupar:	6
Medidas de Forma para Datos Agrupados:	7
2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD	8
Distribución Normal:	8
Distribución t-student:	8
Distribución Chi-cuadrado:	8
Distribución Binomial:	8
Distribución de Poisson:	9
3. PRUEBAS DE HIPÓTESIS	9
De una media:	9
De proporciones:	9
De varianzas:	9
De dos medias:	10
De tres o más medias (ANOVA):	11
Bondad de Ajuste	12
4. CONTROL ESTADÍSTICO DE LA CALIDAD	13
CARTAS DE CONTROL	13
Carta de Promedios:	13
Carta de Intervalos:	13
Carta de Individuales:	13
Carta p:	14
Carta p con límites variables:	14
Carta np:	15
Carta c:	15
Carta u:	15
Carta de Promedios y Desviación Estándar:	16
Cartas de Pre-Control:	16
Carta EWMA:	16
Desgaste de herramienta	17
Caso de reproceso y desecho	17
ANÁLISIS DE CAPACIDAD	18
Índices de Capacidad:	18
Índice de inestabilidad:	18
Índices para cumplir con la especificación inferior o superior:	18
Índices de capacidad en el largo plazo:	19
Estimación de los índices mediante una muestra:	19
5. MÉTRICAS SEIS SIGMA	21





Índice Z	21
Desplazamiento del proceso en el tiempo:	21
Fórmulas Nivel Sigma	21
6. MUESTREO DE ACEPTACIÓN	22
Plan de muestreo con base en el riesgo del productor:	22
Plan de muestreo con base en el riesgo del cliente:	22
Plan de muestreo con base en ambos riesgos:	22
Método de Cameron	23
Tabla Militar STD 414	23
Análisis económico de un plan de muestreo	23





1. ESTADÍSTICA ELEMENTAL

Fórmula para interpolar: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \times (x - x_1) + y_1$

INTERVALOS DE CLASE.

$$R = X_{imax} - X_{imín}$$

$$k \approx 1 + (3.3 \log n)$$

$$i = \frac{R}{k}$$

$$R_p = i_r \times k$$

$$d = R_p - R$$

$$m_d = \frac{d}{2}$$

$$L_i = X_{imín} - m_d$$

$$L_S = L_i + i$$





MEDIDAS DE POSICIÓN PARA DATOS AGRUPADOS:

$$\bar{x} = A + \frac{(\sum fo \times d) \times i}{n}$$

$$s = i \sqrt{\frac{\sum fo \times d^2}{n} - \frac{(\sum fo \times d)^2}{n^2}}$$

En donde:

Mo= La moda

Li= límite inferior de la clase modal

d= desviación del punto medio con respecto a la posición de la media supuesta, es medida en unidades de intervalo de clase

i= amplitud o intervalo de clase

A= punto medio de la clase que contiene la media supuesta (clase de d=0)

n= Tamaño de la muestra

$$Mo = L_i + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times i$$

En donde:

fo= frecuencia observada de datos discretos

fe= frecuencia esperada de la distribución teórica

Li=límite inferior de la clase modal

d1=diferencia entre la frecuencia de la clase modal y la frecuencia anterior

d2=diferencia entre la frecuencia de la clase modal y la frecuencia posterior

i= intervalo de la clase

$$P_{Me} = \frac{n + 1}{2}$$

En donde:

Pme= La posición de la Mediana

n=número de datos





$$Me = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_a}{f_i} \times i$$

En donde:

Me= La mediana

Li=límite inferior de la clase mediana

n=número de datos

Fa=frecuencia acumulada de la clase anterior

fi=frecuencia absoluta donde está la mediana

i= intervalo de la clase

MEDIDAS DE FORMA PARA DATOS SIN AGRUPAR:

$$\text{Sesgo} = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^3}{(n-1)(n-2)S^3}$$

$$\text{Sesgo estandarizado} = \frac{\text{Sesgo}}{\sqrt{\frac{6}{n}}}$$

$$\text{Curtosis} = \frac{n(n+1) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{(n-1)(n-2)(n-3)S^4} - \frac{3(n-1)}{(n-2)(n-3)}$$





$$\text{Curtosis estandarizado} = \frac{\text{curtosis}}{\sqrt{\frac{24}{n}}}$$

MEDIDAS DE FORMA PARA DATOS AGRUPADOS:

$$\text{Sesgo} = \frac{1}{n} * \frac{\sum (M_i - \bar{x})^3 * F_o}{S^3}$$

Donde:

Mi es el punto medio de cada límite de clase

S es la desviación estándar

Fo es la frecuencia observada

n el tamaño de la muestra

$\bar{x}$ = media de la muestra

$$\text{Curtosis} = \frac{\frac{1}{n} \sum (M_i - \bar{x})^4 * F_o}{S^4}$$

Donde:

Mi es el punto medio de cada límite de clase

S es la desviación estándar

Fo es la frecuencia observada

n el tamaño de la muestra

$\bar{x}$ = media de la muestra





2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

DISTRIBUCIÓN NORMAL:

Función de densidad: $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\mu)^2/2\sigma^2]}$

Distribución Normal Estándar: $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

Intervalos de clase	fo	Xk	d	fod	fod ²	Pi	fe
------------------------	----	----	---	-----	------------------	----	----

DISTRIBUCIÓN T-STUDENT:

Función de densidad: $f(t) = \frac{Y_o}{(1+(t^2/v))^{(v+1)/2}}$

Estadístico t: $t = \frac{\bar{x}-\mu}{s} \sqrt{n-1}$

DISTRIBUCIÓN CHI-CUADRADO:

Función de densidad: $f(x^2) = Y_o(x^2)^{1/2(v-2)} e^{-1/2 x^2}$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL:

Función de densidad: $b(x, n, p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x \times q^{n-x}$

La media: $\mu = n \times p$

La varianza: $\sigma^2 = n \times p \times q$





DISTRIBUCIÓN DE POISSON:

Función de densidad: $f(x) = p(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$

La media: $\lambda = n \times p$

Para prueba de hipótesis: $\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n (n_i \times x_i)}{n}$

3. PRUEBAS DE HIPÓTESIS

DE UNA MEDIA:

Distribución normal si σ es conocido: $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

Distribución t-student si σ es desconocida: $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n-1}}$

DE PROPORCIONES:

Se usa la aproximación binomial a la distribución normal

De una proporción: $Z = \frac{\bar{x} - np}{\sqrt{npq}}$

De dos proporciones: $Z = \frac{\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}}{\sqrt{p'q' \left[\left(\frac{1}{n_1} \right) + \left(\frac{1}{n_2} \right) \right]}}$ $p' = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$ $q' = 1 - p'$

DE VARIANZAS:

Caso de una varianza

Se utiliza la distribución Chi-cuadrado: $\chi^2 = (n - 1) \frac{s^2}{\sigma^2}$





Caso de dos varianzas

Se utiliza la distribución F-Fisher:

Cuando σ_1^2 es igual a σ_2^2 se usa: $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$

Cuando σ_1^2 no es igual a σ_2^2 se usa: $F = \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2}$

DE DOS MEDIAS:

Caso de σ conocido y muestras mayores que 30:

Cuando $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma$: $z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{\sigma \sqrt{\left(\frac{1}{n_1}\right) + \left(\frac{1}{n_2}\right)}}$

Cuando $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$: $z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)}}$

Caso de σ desconocida

Cuando $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$: $\tau = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$

$$v = \frac{\left[\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)\right]^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$





Cuando $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ y $n_i \geq 30$: $\tau = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$

$v = n_1 + n_2 - 2$

Cuando $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ y $n_i < 30$: $\tau = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{s_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_1}\right) + \left(\frac{1}{n_2}\right)}}$

$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$

$v = n_1 + n_2 - 2$

DE TRES O MÁS MEDIAS (ANOVA):

$SSTotal = \Sigma(x^2) - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$

$SST = \Sigma\left(\frac{T_c^2}{n_c}\right) - \frac{(\Sigma x)^2}{n}$

$SSE = SSTotal - SST$

Fuente de Variación	Suma de los Cuadrados	Grados de libertad	Media Cuadrática	Fc
Tratamientos	SST	k-1	CM _T	CM _T / CM _E
Error	SSE	n-k	CM _E	
Total	SC total	n-1		





$$CM_T = \frac{SST}{k-1} \text{ y } CM_E = \frac{SSE}{n-k}$$

Método de Tukey: $T_\alpha = q_\alpha(k, n-k) \sqrt{CM_E/n_c}$

BONDAD DE AJUSTE

$\text{Grados de libertad} = k - 1 - m$

Estadístico de Chi-cuadrado para la prueba de bondad de ajuste:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

Fo	Fe	Fo-Fe	(Fo-Fe) ²	(Fo-Fe) ² /Fe

Estadístico de Kolmogorov-Smirnov para la prueba de bondad de ajuste:

$$D_{n,max} = |F_O - F_E|$$

Intervalos	Límites de Clase	Fo	Fo Acumulada	Fo Acumulada Relativa	Fe Acumulada	D fo - fe





4. CONTROL ESTADÍSTICO DE LA CALIDAD

CARTAS DE CONTROL

Desviación estándar: $\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$

CARTA DE PROMEDIOS:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + (A_2 \times \bar{R})$$

$$LCC = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - (A_2 \times \bar{R})$$

CARTA DE INTERVALOS:

$$LSC = D_4 \times \bar{R}$$

$$LCC = \bar{R}$$

$$LIC = D_3 \times \bar{R}$$

CARTA DE INDIVIDUALES:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + 3 \left(\bar{R} / d_2 \right)$$

$$LCC = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - 3 \left(\bar{R} / d_2 \right)$$





CARTA P:

$$p_i = d_i/n_i$$

$$\bar{p} = \frac{\text{Total de defectuosos}}{\text{Total de inspeccionados}}$$

$$\bar{n} = \frac{\text{Total de inspeccionados}}{\text{Total de subgrupos}}$$

$$LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

$$LCC = \bar{p}$$

$$LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$$

CARTA P CON LÍMITES VARIABLES:

$$LSC = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n_i}}$$

$$LCC = \bar{p}$$

$$LIC = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n_i}}$$





CARTA NP:

$$LSC = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}$$

$$LCC = n\bar{p}$$

$$LIC = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}$$

CARTA C:

$$\bar{c} = \frac{\text{Total de defectos}}{\text{Total de subgrupos}}$$

$$\sigma_{ci} = \sqrt{\bar{c}}$$

$$LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$LCC = \bar{c}$$

$$LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

CARTA U:

$$u_i = \frac{c_i}{n_i}$$

$$\bar{u} = \frac{\text{Total de defectos}}{\text{Total de artículos inspeccionados}}$$

$$\sigma_{ui} = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$LSC = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$LCC = \bar{u}$$

$$LIC = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$





Carta de Promedios y Desviación Estándar:

$$LCS = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}}$$

$$LCS = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$\text{Línea central} = \bar{\bar{X}}$$

$$\text{Línea central} = \bar{S}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}}$$

$$LCI = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

CARTAS DE PRE-CONTROL:

$$\text{Tamaño de la zona} = \frac{USL - LSL}{4}$$

$$UPCL = USL - \text{Tamaño de la zona}$$

$$LPCL = LSL + \text{Tamaño de la zona}$$

CARTA EWMA:

$$LCS = Z_0 + 3\hat{\sigma} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}\right) \left[1 - (1-\lambda)^{2t}\right]}$$

$$LCI = Z_0 - 3\hat{\sigma} \sqrt{\left(\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}\right) \left[1 - (1-\lambda)^{2t}\right]}$$

Límites de la carta en el subgrupo t





$$LCS = Z_0 + 3\hat{\sigma}\sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$$
$$LCI = Z_0 - 3\hat{\sigma}\sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$$

Límites estables de la carta

DESGASTE DE HERRAMIENTA

$$\text{Posición inicial de la media} = LI_{Esp} + 3\sigma'$$

$$\text{Posición final de la media} = LS_{Esp} - 3\sigma''$$

En donde σ' cuando la herramienta está nueva y σ'' cuando está gastada

CASO DE REPROCESO Y DESECHO

El costo esperado por pieza sería:

$$\text{Costo} = \frac{(Cm + Co + Cd)p_d + (Cm + Co)p_b + (Cm + Co + Cr)p_r}{p_b + p_r}$$





ANÁLISIS DE CAPACIDAD

ÍNDICES DE CAPACIDAD:

$$Cp = \frac{LS_{Esp} - LI_{Esp}}{6\sigma}$$

$$Cpk = \min\left(\frac{\bar{\bar{x}} - LI_{Esp}}{3\sigma}\right) o \left(\frac{LS_{Esp} - \bar{\bar{x}}}{3\sigma}\right)$$

$$Cpm = \frac{LS_{Esp} - LI_{Esp}}{6\sqrt{t}}$$

$$t = \sigma^2 + (\bar{\bar{x}} - LC_{Esp})^2$$

Donde t es la variabilidad total del proceso

ÍNDICE DE INESTABILIDAD:

$$St = \left(\frac{\text{Número de casusas asignables}}{\text{Número total de puntos graficados}} \right) \times 100$$

ÍNDICES PARA CUMPLIR CON LA ESPECIFICACIÓN INFERIOR O SUPERIOR:

$$C_{pi} = \frac{\mu - EI}{3\sigma} \quad y \quad C_{ps} = \frac{ES - \mu}{3\sigma}$$

$$K = \frac{\mu - N}{\frac{1}{2}(ES - EI)} \times 100$$

Índice K para medir si el proceso está centrado





ÍNDICES DE CAPACIDAD EN EL LARGO PLAZO:

$$P_p = \frac{ES - EI}{6\sigma_L}$$

$$P_{pk} = \text{mínimo} \left[\frac{\mu - EI}{3\sigma_L}, \frac{ES - \mu}{3\sigma_L} \right]$$

ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES MEDIANTE UNA MUESTRA:

$$\hat{C}_p = \frac{ES - EI}{6S}$$

$$\hat{C}_{pi} = \frac{\bar{X} - EI}{3S}$$

$$\hat{C}_{ps} = \frac{ES - \bar{X}}{3S}$$

$$\hat{C}_{pk} = \text{mínimo} \left(\hat{C}_{pi}, \hat{C}_{ps} \right)$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{ES - EI}{6 \sqrt{S^2 + (\bar{X} - N)^2}}$$





$$\hat{C}_p \pm Z_{\alpha/2} \frac{\hat{C}_p}{\sqrt{2(n-1)}}$$

$$\hat{C}_{pk} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{C}_{pk}^2}{2(n-1)} + \frac{1}{9n}}$$

$$\hat{C}_{pm} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\hat{C}_{pm}}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\frac{1}{2} + \frac{(\bar{X} - N)^2}{S^2}}{\left[1 + \frac{(\bar{X} - N)^2}{S^2}\right]^2}}$$





5. MÉTRICAS SEIS SIGMA

ÍNDICE Z

$$Z_{ES} = \frac{ES - \bar{\bar{x}}}{s}$$

$$Z_{EI} = \frac{\bar{\bar{x}} - EI}{s}$$

La capacidad es igual al valor más pequeño entre Z_{ES} y Z_{EI}

DESPLAZAMIENTO DEL PROCESO EN EL TIEMPO:

$$Z_m = Z_c - Z_L$$

$$3C_{pk} = Z_c \text{ y } 3P_{pk} = Z_L$$

FÓRMULAS NIVEL SIGMA

$$DPU = \frac{D}{N}$$

$$DPO = \frac{D}{N \times O}$$

$$DPMO = 1,000,000 \times \left(\frac{D}{N \times O} \right)$$

$$ppm = \frac{\text{Defectuosos}}{\text{Total de Partes}} \times 1,000,000$$

$$\text{nivel } \sigma = 0.8406 + \sqrt{29.37 - 2.221 \ln(ppm)}$$





6. MUESTREO DE ACEPTACIÓN

PLAN DE MUESTREO CON BASE EN EL RIESGO DEL PRODUCTOR:

$$n_{\alpha} = \frac{np_{\alpha}}{AQL}$$

PLAN DE MUESTREO CON BASE EN EL RIESGO DEL CLIENTE:

$$n_{\beta} = \frac{np_{\beta}}{PNCT}$$

PLAN DE MUESTREO CON BASE EN AMBOS RIEGOS:

$$n_{\alpha\beta} = \frac{n_{\alpha} + n_{\beta}}{2}$$

AQL = Nivel de calidad aceptable, porcentaje máximo de unidades que no cumplen con la calidad especificada.

PNCT = Producto no conforme tolerado, es el nivel de calidad que se considera no satisfactorio y los lotes con este tipo de calidad deben ser rechazados casi siempre.

AOQ = Calidad promedio de salida, es la calidad promedio que se alcanza después de aplicar el proceso de inspección.

$$AOQ = p \times PA$$

AOQL = Límite de la calidad promedio de salida, es el valor máximo de la curva AOQ y representa la peor calidad promedio que se puede obtener del programa de inspección.





MÉTODO DE CAMERON

Si $p_1 = AQL/100$ y $p_2 = PNCT/100$

$$\text{Razón crítica } R_c = \frac{p_2}{p_1}$$

$$n = \frac{np_1}{p_1}$$

TABLA MILITAR STD 414

$$Z_{ES} = \frac{ES - \bar{x}}{s}$$

$$Z_{EI} = \frac{\bar{x} - EI}{s}$$

En donde ES significa especificación superior y EI especificación inferior.

ANÁLISIS ECONÓMICO DE UN PLAN DE MUESTREO

N = Tamaño del lote

C_i = Costo de inspeccionar

C_d = Costo de las defectuosos

$\frac{\$i}{und}$ = Costo de inspeccionar una unidad

$\frac{\$d}{und}$ = Costo si entra una unidad defectuosa al sistema

$$C_i = \frac{\$i}{und} \times n$$

$$C_d = (N \times AOQL) \times \frac{\$d}{und}$$

$$CT = C_i + C_d$$

