

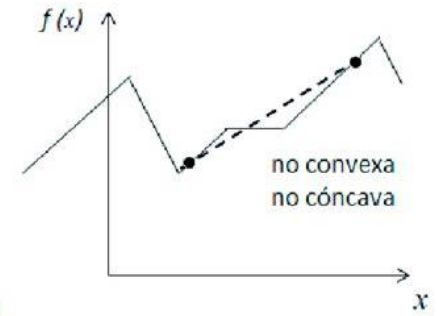
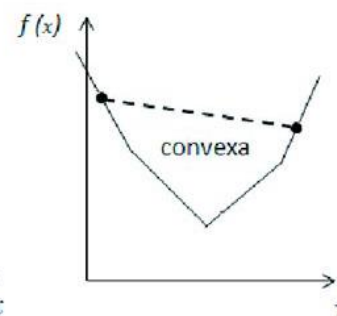
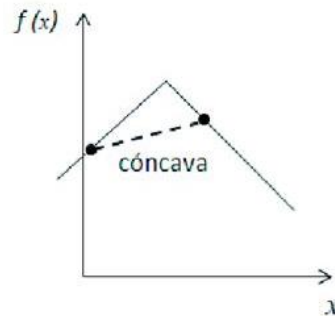
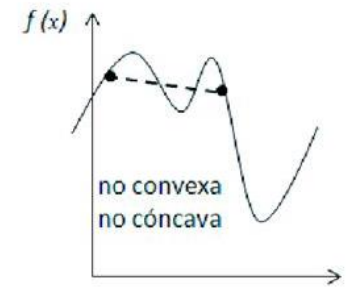
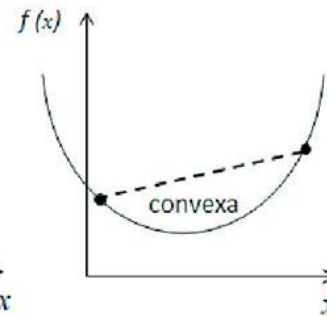
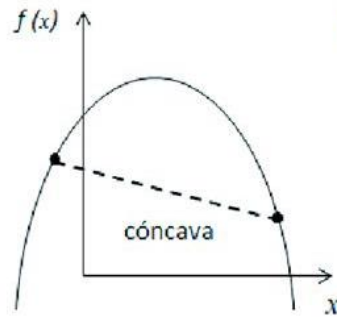


Programación No Lineal



Programación NO Lineal

En la vida real hay muchas situaciones que violan la suposición de proporcionalidad de la programación lineal. La contribución de cada variable a la función objetivo no es proporcional al nivel de actividad de la variable en cuestión. Algunas veces estas contribuciones pueden expresarse de forma matemática como una **función no lineal**.



Programación NO Lineal

Existen muchos tipos y formas, algunos pueden tener rendimientos marginales crecientes, otros pueden tener funciones no lineales en las restricciones, incluso se puede tener gráficas de ganancia con varias curvas desconectadas. Muchos de estos tipos de problemas son difíciles de resolver, inclusive algunos serán imposibles de resolver.

Para este curso nos centraremos en los problemas sencillos de programación NO lineal que tienen las siguientes tres características:

1. Mismas restricciones que el modelo de programación lineal.
2. Una función NO lineal para la función objetivo.
3. Cada actividad que viole la suposición de proporcionalidad de la PL tiene rendimientos marginales decrecientes.

Ejercicio Programación No Lineal

Una pequeña empresa tiene un protafolio de inversiones y se desea considerar tres títulos (acciones) para la inclusión en su cartera de inversiones.

Acción	Precio (000)	Rendimiento (000)	Riesgo	Par de acciones	Riesgo Conjunto
1	\$60	25	4	1 y 2	2
2	\$40	20	9	1 y 3	-1
3	\$50	9	1	2 y 3	-1.5

La cantidad presupuestada para invertir es de 1 millón de dólares, el rendimiento mínimo esperado es de trescientos mil dólares. Resuelva el problema con programación no lineal.

Relación entre rentabilidad y riesgo - Histórico

Si históricamente cada acción adicional duplica el riesgo.



X_1 = número de acciones 1 a comprar

X_2 = número de acciones 2 a comprar

X_3 = número de acciones 3 a comprar

$$\text{F.O. Min } Z = 4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 * X_2) - (X_1 * X_3) - 1.5(X_2 * X_3)$$

Sujeto a :

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$

$$X_i \geq 0$$

Resolución con Excel

En www.ucreanop.com
en ejercicios de clase
busque el archivo de
Excel con el nombre
Sesión 02 ejercicio de
programación no lineal.



Formato Programación NO Lineal

Variables	X1	X2
Cantidad		

Ecuación	X1	X1 ²	X2	X2 ²	X1 ² X2	X1X2 ²	
Valores calculados							
Función Objetivo							<- ÓPTIMO

Restricciones		Utilizado	Relación	Meta	Holgura
			≤		
			≤		
			≤		

A1     f_x 

[illegible]

Colocamos los valores de la función objetivo en nuestro modelo no lineal

[illegible]

Digitamos las fórmulas de la función objetivo en las celdas de los valores calculado

Función Objetivo Min Z =	$4X1^2 + 9X2^2 + X3^2 + 2(X1 \cdot X2) - (X1 \cdot X3) - 1.5 (X2 \cdot X3)$					
	Variables					
Variables	X1	X2	X3			
Cantidad	0,00	0,00	0,00			
	Función Objetivo					
Ecuación	X1 ²	X2 ²	X3 ²	X1*X2	X1*X3	X2*X3
Valores calculados	=C6^2					Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5
RESTRICCIONES					Relación	Meta
						Holgura

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5 (X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	=D6^2					Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

Relación Meta Holgura

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5(X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	=E6^2				Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

Relación Meta Holgura

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5 (X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	=C6*D6			Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

Relación

Meta

Holgura

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5(X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	=C6*E6		Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

Relación

Meta

Holgura

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5 (X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	=D6*E6	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

Relación

Meta

Holgura

Agregamos las restricciones al modelo de excel

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5(X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

				Relación	Meta	Holgura
25	20	9		>=	300	
60	40	50		<=	1000	

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$

Agregamos la holgura para las limitaciones del modelo.
 Recuerde que sólo las limitaciones tienen holgura, los requerimientos NO

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5 (X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

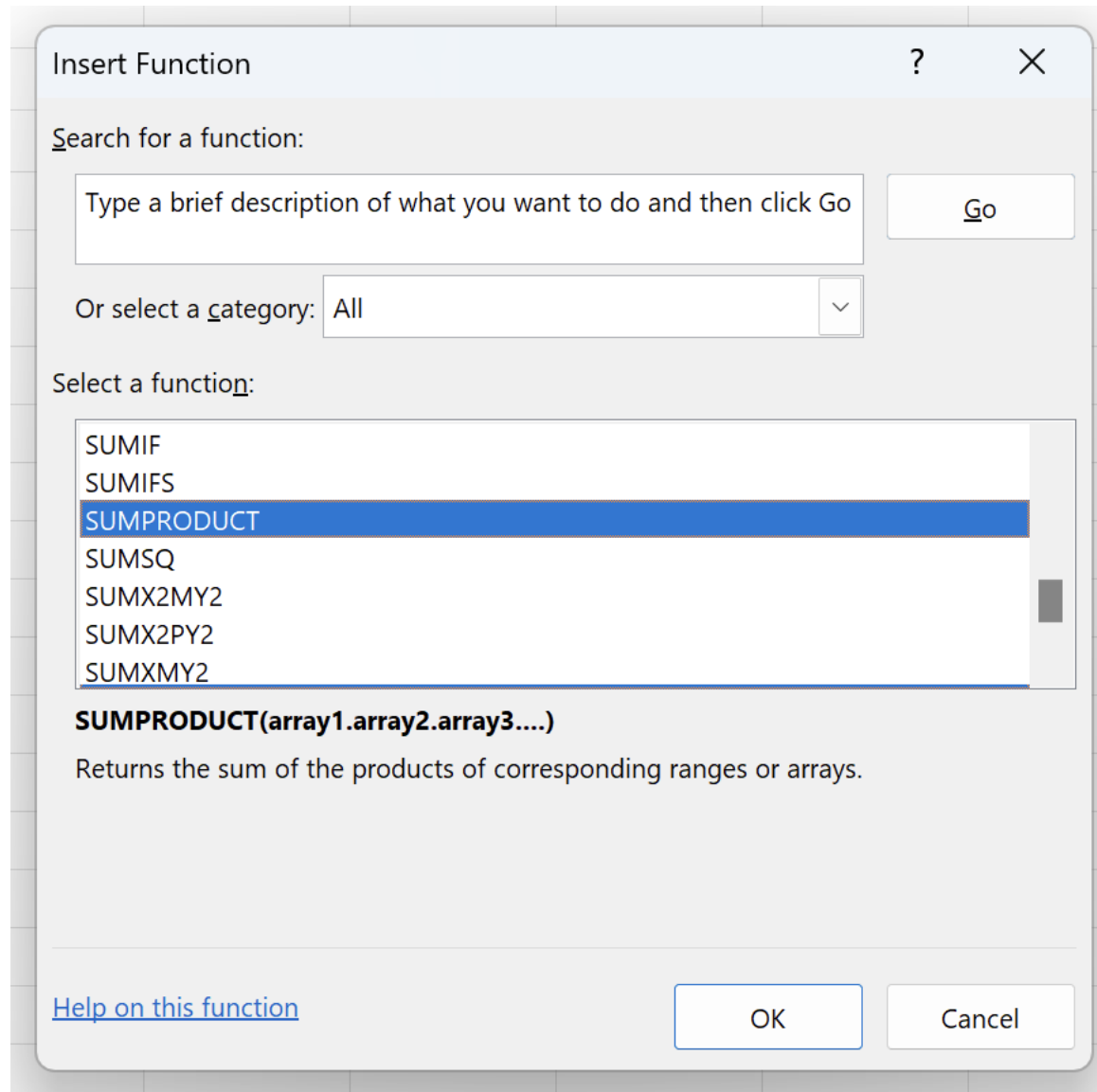
RESTRICCIONES

				Relación	Meta	Holgura
25	20	9		$\geq$	300	--
60	40	50		$\leq$	1000	1000

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$

Con la función de sumaproducto calculamos el consumo de los recursos



Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5 (X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

			Consumo	Relación	Meta	Holgura
25	20	9		>=	300	--
60	40	50		<=	1000	1000

$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$
 $60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5(X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

	Consumo	Relación	Meta	Holgura
25	$=\text{SUMPRODUCT}(\text{C6:E6}; \text{C14:E14})$			--
60	$\text{SUMPRODUCT}(\text{array1}; [\text{array2}]; [\text{array3}]; \dots)$	$\leq$	1000	1000

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5 (X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	

RESTRICCIONES

				Consumo	Relación	Meta	Holgura
	25	20	9	0	$\geq$	300	--
	60	40	50	0	$\leq$	1000	1000

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$

Finalmente calculamos el óptimo con sumaproducto

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		Función Objetivo Min Z =	$4X1^2 + 9X2^2 + X3^2 + 2(X1 \cdot X2) - (X1 \cdot X3) - 1.5(X2 \cdot X3)$									
3												
4			Variables									
5		Variables	X1	X2	X3							
6		Cantidad	0,00	0,00	0,00							
7												
8			Función Objetivo									
9		Ecuación	$X1^2$	$X2^2$	$X3^2$	$X1 \cdot X2$	$X1 \cdot X3$	$X2 \cdot X3$				
10		Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Óptimo			
11		Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	1:H11)			
12												
13		RESTRICCIONES										
14			25	20								
15			60	40								
16												
17												
18			$25X1 + 20X2 + 9X3 \geq 300$									
19			$60X1 + 40X2 + 50X3 \leq 1000$									
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												

Function Arguments

SUMPRODUCT

Array1

C10:H10

↑

= {0\0\0\0\0\0}

Array2

C11:H11

↑

= {4\9\1\2\1\1,5}

Array3

↑

= array

=

Returns the sum of the products of corresponding ranges or arrays.

Array2: array1.array2.... are 2 to 255 arrays for which you want to multiply and then add components. All arrays must have the same dimensions.

Formula result =

[Help on this function](#)

OKCancel

Estamos listos para resolver con SOLVER

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5(X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	0,00	0,00	0,00

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	0,0

RESTRICCIONES

			Consumo	Relación	Meta	Holgura
25	20	9	0	>=	300	--
60	40	50	0	<=	1000	1000

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$

Y para PL no lineales
debe marcar GRG
Nonlinear

Parámetros de Solver

Establecer objetivo:

Para: ☒ Máx. ☐ Mín ☐ Valor de:

Cambiando las celdas de variables:

Sujeto a las restricciones:

☒ Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución:

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Ayuda Resolver Cerrar

Solver Parameters



Set Objective:

\$I\$11



To:

☐ Max

☒ Min

☐ Value Of:

0

By Changing Variable Cells:

\$C\$6:\$E\$6



Subject to the Constraints:

\$F\$14 >= \$H\$14

\$F\$15 <= \$H\$15

Add

Change

Delete

Reset All

Load/Save

☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving
Method:

GRG Nonlinear



Options

Solving Method

Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Help

Solve

Close

Función Objetivo Min Z = $4X1^2 + 9X2^2 + X3^2 + 2(X1 \cdot X2) - (X1 \cdot X3) - 1.5 (X2 \cdot X3)$

	Variables		
	X1	X2	X3
Variables			
Cantidad	0,00	0,00	0,00

	Función Objetivo						Óptimo
	X1²	X2²	X3²	X1*X2	X1*X3	X2*X3	
	Ecuación	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Valores calculados		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Función Objetivo		4	9	1	2	-1,5	0,0

RESTRICCIONES					Consumo	Relación	Meta	Holgura
	25	20	9		0	>=	300	--
	60	40	50		0	<=	1000	1000

$25X1 + 20X2 + 9X3 \geq 300$
 $60X1 + 40X2 + 50X3 \leq 1000$

Solver Parameters

Set Objective:

To: ☐ Max ☒ Min ☐ Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

\$F\$14 >= \$H\$14

\$F\$15 <= \$H\$15

Add

Change

Delete

Reset All

Load/Save

☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

GRG Nonlinear

Options

Solving Method

Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Help

Solve

Close

Función Objetivo Min Z = $4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 \cdot X_2) - (X_1 \cdot X_3) - 1.5 (X_2 \cdot X_3)$

Variables

Variables	X1	X2	X3
Cantidad	6,42	2,26	10,50

Función Objetivo

Ecuación	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \cdot X_2$	$X_1 \cdot X_3$	$X_2 \cdot X_3$	
Valores calculados	41,16	5,10	110,15	14,48	67,33	23,69	Óptimo
Función Objetivo	4	9	1	2	-1	-1,5	246,8

RESTRICCIONES

Consumo Relación Meta Holgura

25	20	9	300	$\geq$	300	--
60	40	50	1000	$\leq$	1000	0

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$