



Programación Lineal

Programación Entera, Mixta y Binaria

Programación por Metas

Programación No Lineal



Programación Entera

Un modelo de Programación Entera es aquel cuya solución óptima tiene sentido solamente si una parte o todas las variables de decisión toman valores restringidos a números enteros, permitiendo incorporar en el modelamiento matemático algunos aspectos que quedan fuera del alcance de los modelos de Programación Lineal.



Tres tipos

- 1) Los problemas de ***programación entera pura*** son casos donde se requiere que todas las variables tengan valores enteros.
- 2) Los problemas de ***programación entera mixta*** son casos en los cuales se requiere que algunas variables de decisión, aunque no todas, tengan valores enteros.
- 3) Los problemas de ***programación entera cero-uno*** son casos especiales donde todas las variables de decisión deben tener valores de solución enteros de 0 o 1.

Una consideración importante es que una solución obtenida con programación entera nunca genera una utilidad mayor que la que se logra con la PL del mismo problema; casi siempre significa un valor menor.

Ejercicio de Programación Entera Pura

Elizabeth Bailey es la propietaria y gerente general de Princess Brides, que ofrece servicios de planeación de bodas en el suroeste de Louisiana. Utiliza publicidad en radio para promover su negocio. Están disponibles dos tipos de anuncios: aquellos que se difunden durante las horas de mayor audiencia y los que se transmiten en otras horas. Cada anuncio durante el tiempo de audiencia máxima cuesta \$390 y llega a 8,200 personas; mientras que los anuncios en las horas de menor audiencia cuestan \$240 cada uno y llegan a 5,100 personas. Bailey ha presupuestado \$1,800 semanales para publicidad. Basada en comentarios de sus clientes, desea tener por lo menos dos anuncios en horas de máxima audiencia y no más de 6 en horas no pico.

Formule y resuelva el problema como uno de programación entera.

Resolución con Excel

En www.ucreanop.com
en ejercicios de clase
busque el archivo de
Excel con el nombre
Sesión 01 ejercicios de
programación entera y
no lineal.



Vamos a resolver el primer planteo visto en clase

The image shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following content:

- Row 2:** X1 = Número de anuncios a contratar en horas de mayor audiencia
- Row 3:** X2 = Número de anuncios a contratar en otras horas
- Row 5:** F.O Max Z= 8200 X1 + 5100 X2
- Row 6:** Sujeto a :
- Row 7:** 390 X1 + 240 X2 ≤ 1800
- Row 8:** X2 ≤ 6
- Row 9:** X1 ≥ 2
- Row 10:** Xi ≥ 0
- Row 11:** Xi, enteros (highlighted with a green border)

The Excel interface includes a ribbon with tabs: Archivo, Inicio, Insertar, Disposición de página, Fórmulas, Datos, Revisar, Vista, Programador, Ayuda, and ¿Qué desea hacer?. The formula bar shows the text "Xi, enteros" and the active cell is C11.

A la derecha del planteo montaremos una tabla en excel para resolver el problema de programación lineal entera con Solver.

Se colocan primero las variables, coeficientes y cantidades para calcular la F.O. y de segundo irán las restricciones.

X1 = Número de anuncios a contratar en horas de mayor audiencia			
X2 = Número de anuncios a contratar en otras horas			
F.O Max Z= 8200 X1 + 5100 X2		Variables	X1 X2
Sujeto a :		Coeficiente en F.O	
390 X1 + 240 X2 ≤ 1800		Cantidades	
X 2 ≤ 6			Restricciones
X 1 ≥ 2		Presupuesto	
Xi ≥ 0		Mínimo Máx Audiencia	
Xi, enteros		Máximo Min Audiencia	

Variables	X1	X2	
Coeficiente en F.O			
Cantidades			
	Restricciones		
Presupuesto			
Mínimo Máx Audiencia			
Máximo Min Audiencia			

$$\text{F.O Max } Z = 8200 X_1 + 5100 X_2$$

Sujeto a :

$$390 X_1 + 240 X_2 \leq 1800$$

$$X_2 \leq 6$$

$$X_1 \geq 2$$

$$X_i \geq 0$$

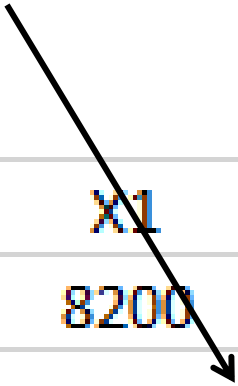
X_i , enteros

Agregamos los coeficientes de las ecuaciones a la tabla que utilizaremos con Solver.

Variables	X1	X2
Coeficiente en F.O	8200	5100
Cantidades		
	Restricciones	
Presupuesto	390	240
Mínimo Máx Audiencia	0	1
Máximo Min Audiencia	1	0

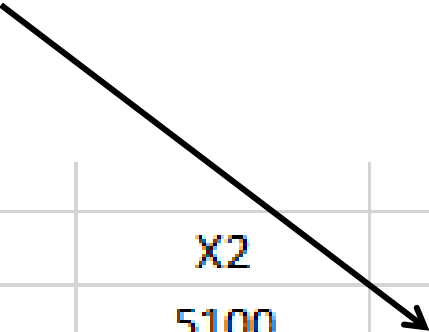


Agregamos las cantidades iniciales para resolver el PL



Variables	X1	X2
Coeficiente en F.O	8200	5100
Cantidades	0	0
	Restricciones	
Presupuesto	390	240
Mínimo Máx Audiencia	0	1
Máximo Min Audiencia	1	0

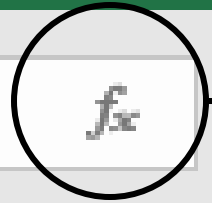
En la celda contigua a las cantidades escribimos la fórmulas para calcular el resultado de la F.O.



Variables	X1	X2	
Coeficiente en F.O	8200	5100	
Cantidades	0	0	
	Restricciones		
Presupuesto	390	240	
Mínimo Máx Audiencia	0	1	
Máximo Min Audiencia	1	0	



17				
	A	B	C	D
1				
2		X1 = Número de anuncios a contr		
3		X2 = Número de anuncios a contr		
4				
5		F.O Max Z= 8200 X1 + 5100 X2		
6		Sujeto a :		



Buscamos dentro de las funciones de Excel la fórmula: Sumaproducto

Insertar función



Buscar una función:

Escriba una breve descripción de lo que desea hacer y, a continuación, haga clic en Ir

Ir

O seleccionar una categoría: Usadas recientemente

Seleccionar una función:

SI
ALEATORIO
SUMAPRODUCTO
ABS
PROMEDIO
ESTIMACION.LINEAL
SUMA

SUMAPRODUCTO(matriz1;matriz2;matriz3;...)

Devuelve la suma de los productos de rangos o matrices correspondientes.

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar

Cancelar

Note que las celdas que corresponden a las cantidades por fabricar han sido fijadas.

Argumentos de función ? X

SUMAPRODUCTO

Matriz1	G6:H6	↑	= {8200,5100}
Matriz2	\$G\$7:\$H\$7	↑	= {0,0}
Matriz3		↑	= matriz

= 0

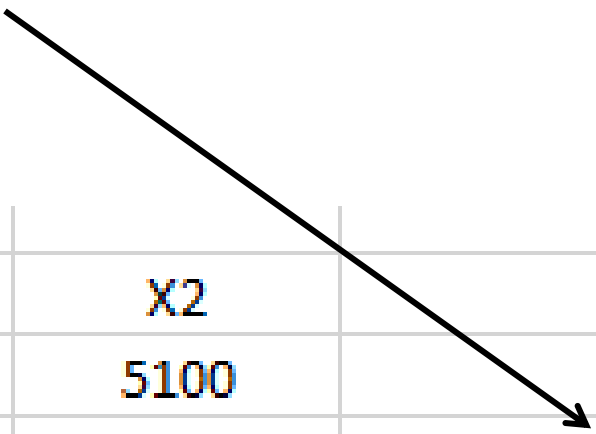
Devuelve la suma de los productos de rangos o matrices correspondientes.

Matriz2: matriz1;matriz2;... son de 2 a 255 matrices cuyos componentes se desea multiplicar y después sumar. Todas las matrices deben tener las mismas dimensiones.

Resultado de la fórmula = 0

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Representa la cantidad de audiencia que se espera tener después de contratar los espacios publicitarios.



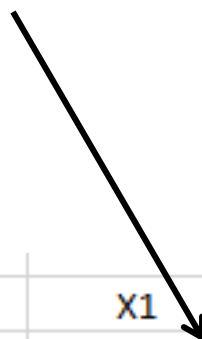
Variables	X1	X2	
Coefficiente en F.O	8200	5100	
Cantidades	0	0	0
	Restricciones		
Presupuesto	390	240	
Mínimo Máx Audiencia	0	1	
Máximo Min Audiencia	1	0	

Copiamos la fórmula de sumaproducto a las restricciones.
Esto representará el consumo de los recursos.

Variables	X1	X2	
Coeficiente en F.O	8200	5100	
Cantidades	0	0	0
	Restricciones		
Presupuesto	390	240	0
Mínimo Máx Audiencia	0	1	0
Máximo Min Audiencia	1	0	0

(Ctrl) ▾

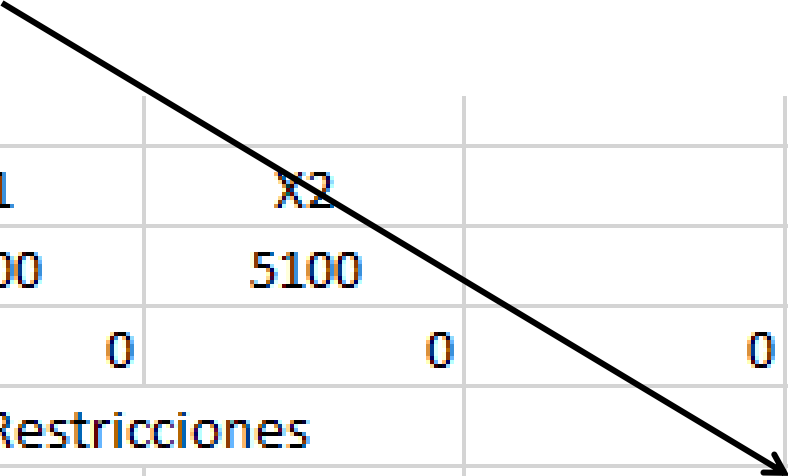
Importante cerci3nense de que a la hora de copiar la f3rmla de sumaproducto, esta copia se haya hecho de forma correcta, las cantidades se deber3a de multiplicar por los coeficientes de las restricciones.



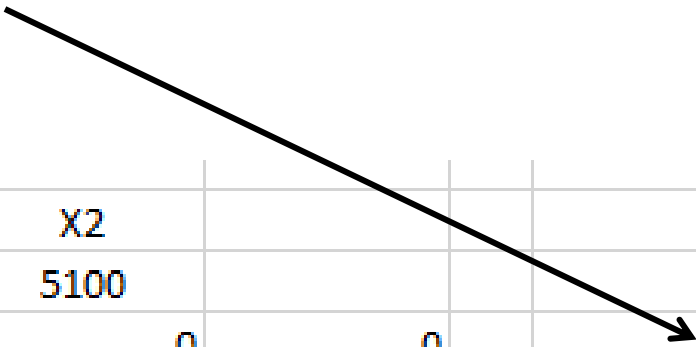
Variables	X1	X2				
Coeficiente en F.O	8200	5100				
Cantidades	0	0	0			
	Restricciones			Disponible	Holgura	
Presupuesto	390	240	=SUMAPRODUCTO(G9:H9;\$G\$7:\$H\$7)			
M3nimo M3x Audiencia	0	1	SUMAPRODUCTO(matriz1; [matriz2]; [matriz3]; [matriz4]; ...)			
M3ximo Min Audiencia	1	0	0 ≥	2	--	

Agregamos los símbolos de desigualdad para cada restricción.
Note que se colocan todas las de menor igual juntas, las de mayor igual juntas y las de igual juntas.

Variables	X1	X2		
Coefficiente en F.O	8200	5100		
Cantidades	0	0	0	
	Restricciones			
Presupuesto	390	240	0	\leq
Mínimo Máx Audiencia	0	1	0	\leq
Máximo Min Audiencia	1	0	0	\geq



Para completar la tabla de excel para resolver con Solver, agregamos dos columnas adicionales que representan la cantidad de recursos disponibles de la empresa y la posible holgura después de resolver



Variables	X1	X2				
Coeficiente en F.O	8200	5100				
Cantidades	0	0	0			
	Restricciones				Disponibles	Holgura
Presupuesto	390	240	0	≤		
Mínimo Máx Audiencia	0	1	0	≤		
Máximo Min Audiencia	1	0	0	≥		

$$\text{F.O Max } Z = 8200 X_1 + 5100 X_2$$

Sujeto a :

$$390 X_1 + 240 X_2 \leq 1800$$

$$X_2 \leq 6$$

$$X_1 \geq 2$$

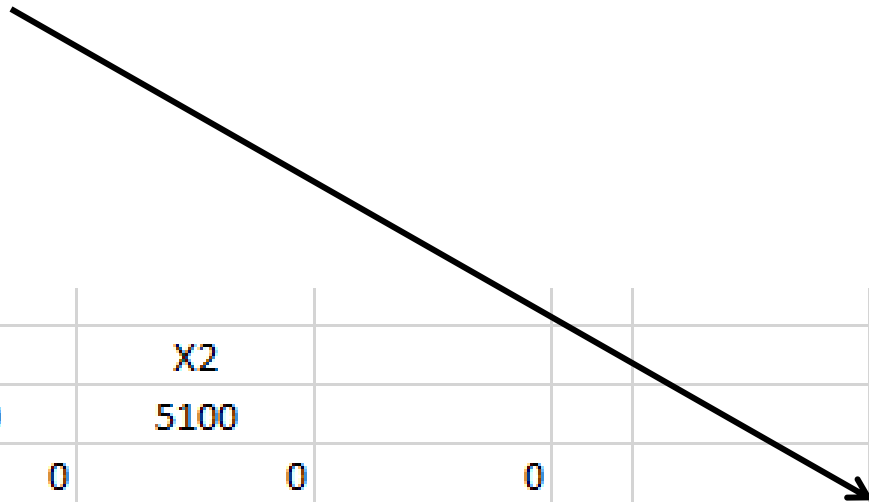
$$X_i \geq 0$$

X_i , enteros

Agregamos la disponibilidad de recursos

Variables	X1	X2				
Coeficiente en F.O	8200	5100				
Cantidades	0	0	0			
	Restricciones				Disponible	Holgura
Presupuesto	390	240	$0 \leq$		1800	
Mínimo Máx Audiencia	0	1	$0 \leq$		6	
Máximo Min Audiencia	1	0	$0 \geq$		2	

Calculamos la holgura



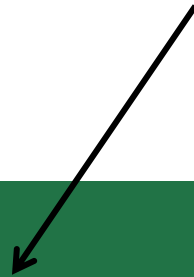
Variables	X1	X2				
Coefficiente en F.O	8200	5100				
Cantidades	0	0	0			
	Restricciones				Disponibles	Holgura
Presupuesto	390	240	0	\leq	1800	$=K9-I9$
Mínimo Máx Audiencia	0	1	0	\leq	6	
Máximo Min Audiencia	1	0	0	\geq	2	

Ya está finalizada la tabla con el modelo para resolver el problema de PL con Solver.

Note que sólo la primera restricción tiene holgura, esto se debe a que es la única limitación, las otras dos restricciones son requerimientos.

Variables	X1	X2				
Coefficiente en F.O	8200	5100				
Cantidades	0	0	0			
	Restricciones				Disponible	Holgura
Presupuesto	390	240	$0 \leq$		1800	1800
Mínimo Máx Audiencia	0	1	$0 \leq$		6	--
Máximo Min Audiencia	1	0	$0 \geq$		2	--

En el Excel vamos a la pestaña de DATOS

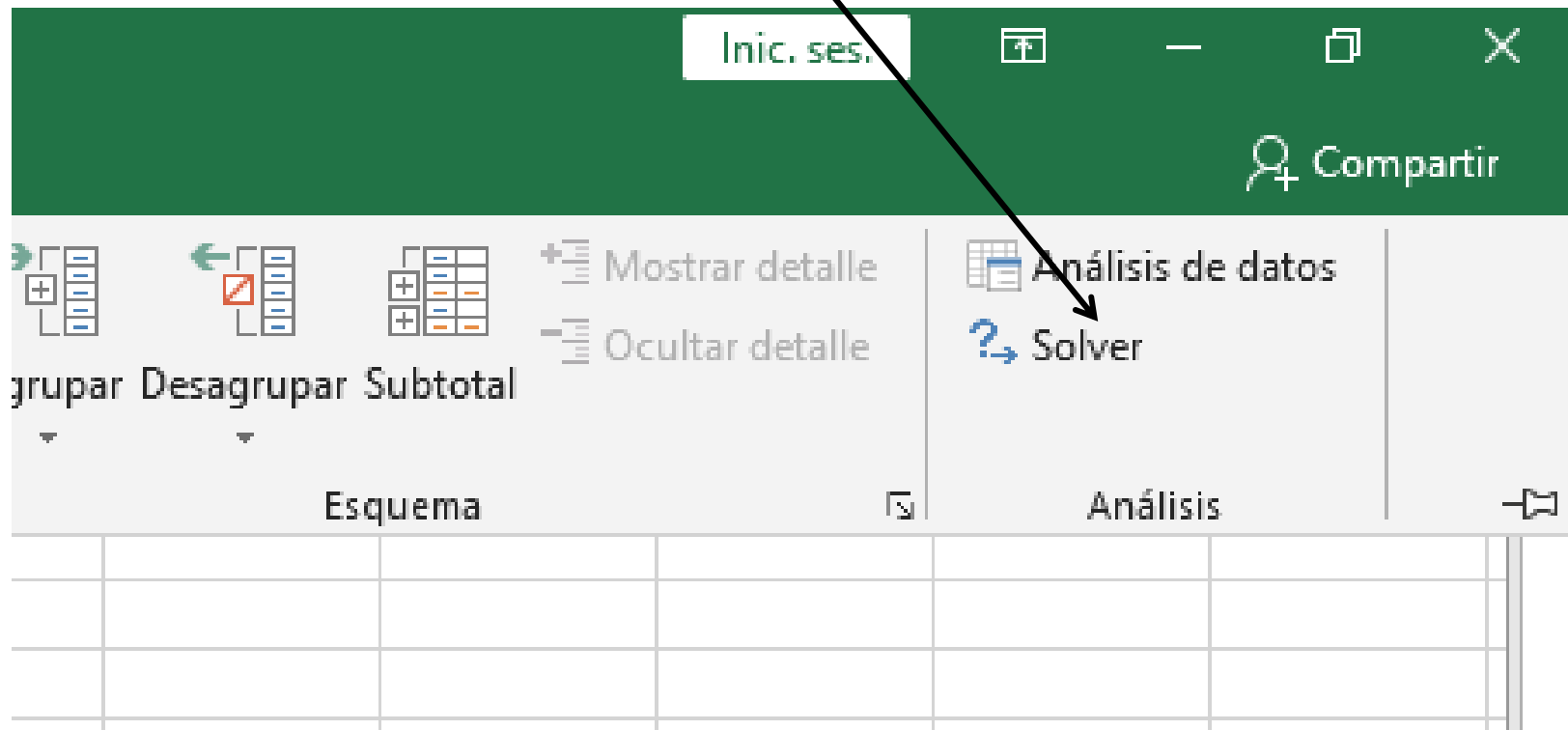


Excel ribbon showing the 'Datos' (Data) tab selected. The ribbon includes the following groups and options:

- Fórmulas**
- Datos** (Selected):
 - Obtener y transformar: Nueva consulta, Mostrar consultas, Desde una tabla, Fuentes recientes
 - Conexiones: Actualizar todo, Conexiones, Propiedades, Editar vínculos
 - Ordenar y filtrar: Ordenar (A-Z, Z-A), Filtro, Avanzado (Borrar, Volver a)
- Revisar
- Vista
- Programador
- Ayuda
- ¿Qué desea hacer?

en horas de mayor audiencia						
en otras horas						
	Variables	X1	X2			

Al final de la pestaña de Datos, encontramos Solver



X1	X2				
8200	5100				
0	0	0			
Restricciones		Disponible	Holgura		
390	240	0 ≤	1800	1800	
0	1	0 ≤	6	--	
1	0	0 ≥	2	--	

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: ↑

Para: Máx Mín Valor de:

Cambiando las celdas de variables: ↑

Sujeto a las restricciones:

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución: ↓

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.



X1	X2				
8200	5100	0	0	0	
Restricciones			Disponibles	Holgura	
390	240	0 ≤	1800	1800	
0	1	0 ≤	6	--	
1	0	0 ≥	2	--	

Parámetros de Solver

Establecer objetivo: ↑

Para: Máx Mín Valor de:

Cambiando las celdas de variables: ↑

Sujeto a las restricciones:

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución: ↓

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Parámetros de Solver



Establecer objetivo:

\$I\$7



Para:

Máx

Mín

Valor de:

0

Cambiando las celdas de variables:

\$G\$7:\$H\$7



Sujeto a las restricciones:

Empty list box for constraints

Agregar

Cambiar

Eliminar

Restablecer todo

Cargar/Guardar

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución:

GRG Nonlinear



Opciones

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Ayuda

Resolver

Cerrar

X1	X2				
8200	5100				
0	0	0			
Restricciones				Disponible	Holgura
390	240	0	≤	1800	1800
0	1	0	≤	6	--
1	0	0	≥	2	--

Agregar restricción ✕

Referencia de celda:

Restricción:

X1	X2				
8200	5100				
0	0	0			
Restricciones				Disponible	Holgura
390	240	0 ≤		1800	1800
0	1	0 ≤		6	--
1	0	0 ≥		2	--

✕

Agregar restricción

Referencia de celda

X1	X2					
8200	5100					
0	0	0				
Restricciones				Disponibles	Holgura	
390	240	0	≤	1800	1800	
0	1	0	≤	6	--	
1	0	0	≥	2	--	

Agregar restricción ✕

Referencia de celda: Restricción:

X1	X2					
8200	5100					
0	0	0				
Restricciones				Disponible	Holgura	
390	240	0	≤	1800	1800	
0	1	0	≤	6	--	
1	0	0	≥	2	--	

✕

Agregar restricción

Referencia de celda:

Restricción:

X1	X2				
8200	5100				
0	0	0			
Restricciones				Disponible	Holgura
390	240	0	≤	1800	1800
0	1	0	≤	6	--
1	0	0	≥	2	--

Agregar restricción

Referencia de celda:

Restricción:

Agregar restricción



Referencia de celda

\$G\$7:\$H\$7



int



Restricción:

entero



Aceptar

Agregar

Cancelar

Parámetros de Solver



Establecer objetivo:

\$I\$7



Para:

Máx

Mín

Valor de:

0

Cambiando las celdas de variables:

\$G\$7:\$H\$7



Sujeto a las restricciones:

\$G\$7:\$H\$7 = entero
\$I\$11 >= \$K\$11
\$I\$9:\$I\$10 <= \$K\$9:\$K\$10

Agregar

Cambiar

Eliminar

Restablecer todo

Cargar/Guardar

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución:

Simplex LP

Opciones

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Ayuda

Resolver

Cerrar

Variables	X1	X2				
Coefficiente en F.O	8200	5100				
Cantidades	4	1	37900			
	Restricciones			Disponible	Holgura	
Presupuesto	390	240	1800 ≤	1800	0	
Mínimo Máx Audiencia	0	1	1 ≤	6	--	
Máximo Min Audiencia	1	0	4 ≥	2	--	

Resultados de Solver ✕

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Conservar solución de Solver

Restaurar valores originales

Informes

Responder

Volver al cuadro de diálogo de parámetros de Solver

Informes de esquema

Aceptar

Cancelar

Guardar escenario...

Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas.

Al usar el motor GRG, Solver ha encontrado al menos una solución óptima local. Al usar Simplex LP, significa que Solver ha encontrado una solución óptima global.

Esta es la solución que maximiza la audiencia, observe que se consumió la totalidad del presupuesto.

Variables	X1	X2				
Coeficiente en F.O	8200	5100				
Cantidades	4	1	37900			
	Restricciones				Disponible	Holgura
Presupuesto	390	240	1800	≤	1800	0
Mínimo Máx Audiencia	0	1	1	≤	6	--
Máximo Min Audiencia	1	0	4	≥	2	--

Ejercicio de Programación Entera Mixta

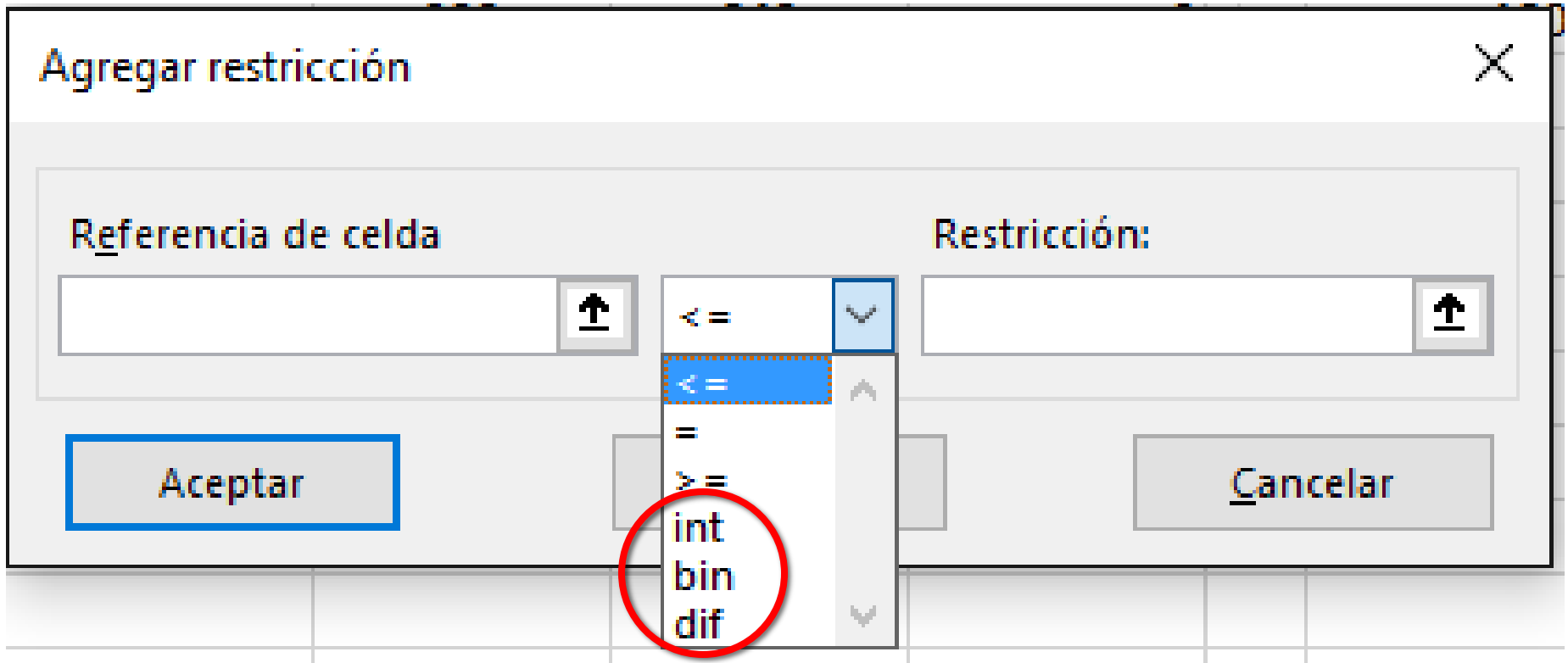
La empresa Lácteos S.A., se dedica a la elaboración y venta de queso Turrialba y queso Montino además de leche entera y leche descremada. Las leches las vende en envases tetra brick de 1 litro y los quesos los vende por kilo. Para la elaboración de los quesos se requieren 5 minutos y 30 segundos de mano de obra por cada kilo de queso Turrialba y 7 minutos de mano de obra por cada kilo de queso Montino. El kilo de queso Turrialba ocupa 9.5 litros de leche, mientras que el kilo de queso Montino ocupa 9 litros de leche. El kilo de queso Turrialba se vende en ₡1400 y el kilo de queso Montino se vende en ₡1500. Para la pasteurización se ha determinado que por cada litro se requieren de 45 segundos de mano de obra, el envase de un litro de leche entera se vende en ₡900 y la leche descremada se vende en ₡985 el envase. La empresa tiene 5 trabajadores que laboran 8 horas diarias, 6 días a la semana y disponen de 12 000 litros de leche semanales. Determine la mezcla de producción que maximiza las utilidades si se deben de fabricar como mínimo 20.5 kilos, 33.7 kilos de quesos respectivamente y por lo menos 5000 cartones de leche entera.

Ejercicio de Programación Entera Binaria

Se tienen seis proyectos a realizar en el próximo semestre, así que ya se debe de estar preparando al personal para el inicio de las obras, los datos económicos de cada proyecto son:

Proyectos	Camino	Supermercado	Casas	Departamentos	Parques	Puentes
Ganancia	\$50,000	\$60,000	\$70 mil	\$80,000	\$90,000	\$50,000

El camino se hace para que se pueda hacer el supermercado. Si el supermercado no se hace el camino podría hacerse para beneficiar las casas aledañas. De los proyectos Camino y Departamentos se debe elegir uno como máximo, el proyecto Casas podría hacerse si es que se hace el proyecto Departamentos y/o el proyecto Parques, de los seis proyectos se debe elegir cuatro proyectos. Finalmente, el proyecto Departamentos se puede hacer sí es que se hace el proyecto Casas y no el proyecto Puentes.



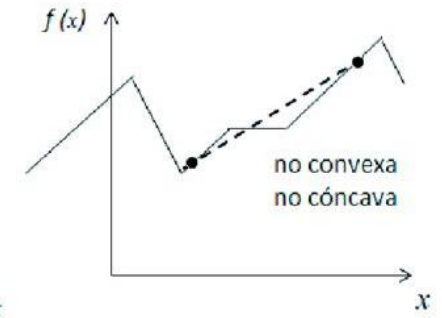
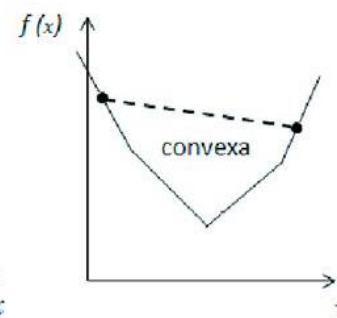
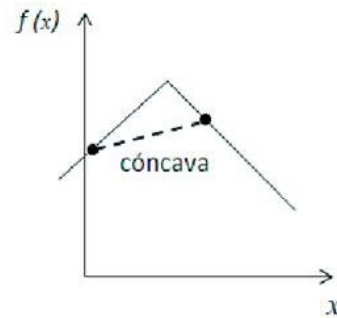
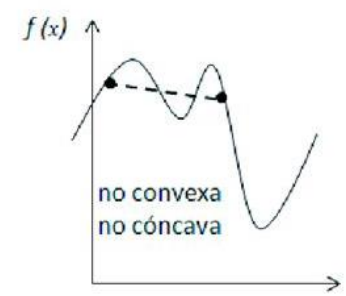
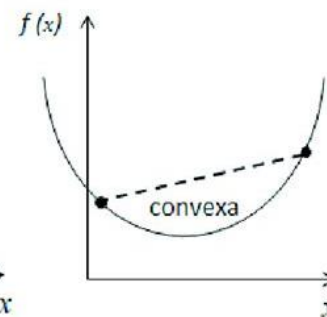
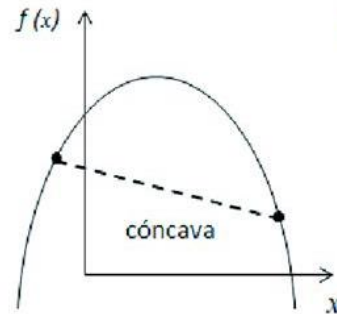
Observe que para resolver problemas de programación entera binaria sólo debe de indicar que los coeficientes de la F.O. son binarios marcando bin.



Programación No Lineal

Programación NO Lineal

En la vida real hay muchas situaciones que violan la suposición de proporcionalidad de la programación lineal. La contribución de cada variable a la función objetivo no es proporcional al nivel de actividad de la variable en cuestión. Algunas veces estas contribuciones pueden expresarse de forma matemática como una **función no lineal**.



Programación NO Lineal

Existen muchos tipos y formas, algunos pueden tener rendimientos marginales crecientes, otros pueden tener funciones no lineales en las restricciones, incluso se puede tener gráficas de ganancia con varias curvas desconectadas. Muchos de estos tipos de problemas son difíciles de resolver, inclusive algunos serán imposibles de resolver.

Para este curso nos centraremos en los problemas sencillos de programación NO lineal que tienen las siguientes tres características:

1. Mismas restricciones que el modelo de programación lineal.
2. Una función NO lineal para la función objetivo.
3. Cada actividad que viole la suposición de proporcionalidad de la PL tiene rendimientos marginales decrecientes.

Ejercicio Programación No Lineal

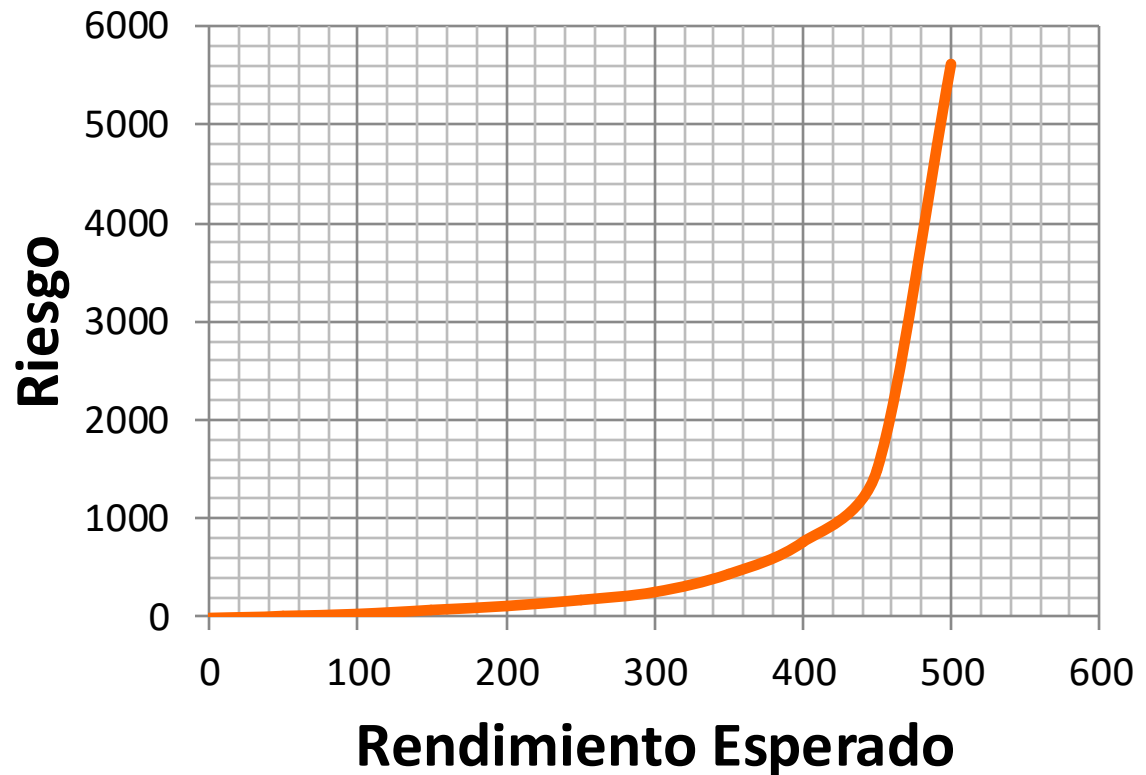
Una pequeña empresa tiene un portafolio de inversiones y se desea considerar tres títulos (acciones) para la inclusión en su cartera de inversiones.

Acción	Precio (000)	Rendimiento (000)	Riesgo	Par de acciones	Riesgo Conjunto
1	\$60	25	4	1 y 2	2
2	\$40	20	9	1 y 3	-1
3	\$50	9	1	2 y 3	-1.5

La cantidad presupuestada para invertir es de 1 millón de dólares, el rendimiento mínimo esperado es de trescientos mil dólares. Resuelva el problema con programación no lineal.

Relación entre rentabilidad y riesgo - Histórico

Si históricamente cada acción adicional duplica el riesgo.



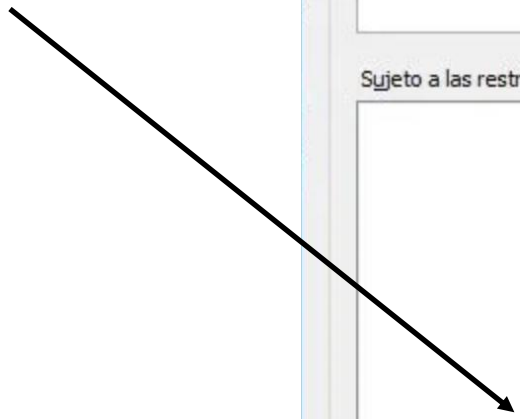
Formato Programación NO Lineal

Variables	X1	X2
Cantidad		

Ecuación	X1	X1²	X2	X2²	X1²X2	X1X2²	
Valores calculados							
Función Objetivo							<- ÓPTIMO

Restricciones		Utilizado	Relación	Meta	Holgura
			≤		
			≤		
			≤		

Y para PL no lineales
debe marcar GRG
Nonlinear



Parámetros de Solver

Establecer objetivo:

Para: Máx. Min Valor de:

Cambiando las celdas de variables:

Sujeto a las restricciones:

Convertir variables sin restricciones en no negativas

Método de resolución:

Método de resolución

Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados.

Ayuda Resolver Cerrar

Agregar
Cambiar
Eliminar
Restablecer todo
Cargar/Guardar
Opciones