Formulario Métodos Cuantitativos

Análisis de Decisiones

$$VME(alternativo) = \sum X_i P(X_i)$$

En donde:
VME= valor monetario esperado
Xi= pago para el estado de la naturaleza i
$P(Xi)$= probabilidad de lograr el pago Xi

$$VECIP = \sum MPEN \times P(X_i)$$

En donde:
VECIP= valor esperado con información perfecta
MPEN= mejor pago en el estado de la naturaleza i
$P(Xi)$= probabilidad del estado de la naturaleza Xi

$$VEIP = VECIP - el\ mejor\ VME$$

En donde:
VEIP= valor esperado de la información perfecta

$$VEIM = (VECIM + Costo) - VESIM$$

En donde:
VEIM= valor esperado de la información de muestra
VECIM= valor esperado con información de muestra
VESIM= valor esperado sin información muestral

$$EIM = \frac{VEIM}{VEIP} 100\%$$

En donde:
EIM= eficiencia de la información de muestral

$$Utilidad\ de\ otro\ resultado = [(p)(UMR) + (1-p)(UPR)]$$

En donde:
UMR= utilidad del mejor resultado
UPR= utilidad del peor resultado

Pronósticos

Promedio Simple

$$\hat{Y}_{t+1} = \sum_{t=1}^{n} \frac{Y_t}{n}$$

En donde:
$\hat{Y}_{t+1}$= valor de pronóstico para el siguiente periodo
Y_t= valor real para el periodo actual
n= longitud de la serie de datos

Promedio Móvil

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + Y_{t-n+1}}{n}$$

En donde:
$\hat{Y}_{t+1}$= valor de pronóstico para el siguiente periodo
Y_t= valor real para el periodo actual
n= longitud de la serie de datos

Promedio Móvil Ponderado

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{\omega_1 Y_t + \omega_2 Y_{t-1} + \omega_3 Y_{t-2} + \omega_n Y_{t-n+1}}{n}$$

En donde:
$\hat{Y}_{t+1}$= valor de pronóstico para el siguiente periodo
Y_t= valor real para el periodo actual
ω = peso para la i-ésima observación
n= sumatoria de los pesos

Promedio Móvil Doble

$$M_t = \frac{Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + Y_{t-n+1}}{n}$$

$$M'_t = \frac{M_t + M_{t-1} + M_{t-2} + M_{t-n+1}}{n}$$

$$a_t = 2M_t - M'_t$$

$$b_t = \frac{2}{n-1}(M_t - M'_t)$$

$$\hat{Y}_{t+p} = a_t + (b_t \times p)$$

En donde:
$\hat{Y}_{t+p}$= valor de pronóstico para el periodo t más p
Y_t= valor real para el periodo actual
M_t= primer promedio móvil
M'_t= segundo promedio móvil
a_t= diferencia entre promedios móviles
b_t= pendiente de la curva de pronóstico

Suavización Exponencial Simple

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha\, Y_t + (1-\alpha)\hat{Y}_t$$

En donde:
$\hat{Y}_{t+1}$= pronóstico para el próximo periodo
Y_t= valor real para la serie en el periodo t
$\hat{Y}_t$= pronóstico anterior de la serie atenuada al periodo t- 1
$\propto$= constante de atenuación

Método de Holt

$$A_t = \alpha\, Y_t + (1-\alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$\hat{Y}_{t+p} = A_t + pT_t$$

En donde:
A_t= nuevo valor atenuado
Y_t= valor real para la serie en el periodo t
$\propto$= constante de atenuación
β = constante de atenuación de la estimación de la tendencia
T_t = estimación de la tendencia
p = periodos a pronosticar en el futuro
$\hat{Y}_{t+p}$= valor de pronóstico para el periodo t más p

Método de Winter

$$A_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-L}} + (1-\alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{A_t} + (1-\gamma)S_{t-L}$$

$$\hat{Y}_{t+p} = (A_t + pT_t)S_{t-L+p}$$

En donde:
A_t= nuevo valor atenuado
Y_t= valor real para la serie en el periodo t
$\propto$= constante de atenuación
β = constante de atenuación de la estimación de la tendencia
T_t = estimación de la tendencia
γ = constante de atenuación de la estimación de la estacionalidad
S_t = estimación de la estacionalidad
p = periodos a pronosticar en el futuro
L = longitud de la estacionalidad
$\hat{Y}_{t+p}$= valor de pronóstico para el periodo t más p

Regresión Lineal Simple

$$Y_t = a + bx$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - n(\bar{y})(\bar{x})}{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}$$

En donde:
Y_t= variable dependiente
x_t= variable independiente
a = intersección de la recta
b = pendiente de la recta

Medición del Ajuste del Modelo de Regresión

$$SCT = \sum (Y - \bar{Y})^2$$

$$SCE = \sum (Y - \hat{Y})^2$$

$$SCR = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2$$

En donde:
SCT= suma de cuadrados total
SCE= suma de los cuadrados de los errores
SCR = suma de cuadrados debido a la regresión
Y = variable dependiente
$\bar{Y}$ = promedio de la variable dependiente

$\hat{Y}$ = variable dependiente pronosticada

$$r^2 = \frac{SCR}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

En donde:
r^2= coeficiente de determinación

$$r = \pm\sqrt{r^2}$$

En donde:
r= coeficiente de correlación

Descomposición de la Series de Tiempo

$$D_t = Demandas\ mensuales\ se\ agrupan\ de\ acuerdo\ a\ su\ estacionalidad$$

En donde:
D_t= ventas mensuales reales agrupadas en periodos de acuerdo con su estacionalidad

$$PA = \frac{\sum D_t}{n}$$

En donde:
PA= promedio anual de Dt
n= número total de periodos

$$PMPA = \frac{\sum D_{mpa}}{n_{mpa}}$$

En donde:
$PMPA$= promedio de los mismos periodos de agrupación
$\sum D_{mpa}$= sumatoria de las demandas de los mismos periodos de agrupación
n_{mpa}= número de periodos para los mismos periodos agrupados

$$IE = \frac{PMPA}{PA}$$

En donde:
IE= índice estacional

Medidas de Exactitud del Pronóstico

$$EMC = \frac{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n}$$

$$DMA = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left|Y_t - \hat{Y}_t\right|}{n}$$

$$EMPA = \frac{\sum \left|\frac{error}{real}\right|}{n} \times 100\%$$

En donde:
EMC= error medio cuadrado
DMA= desviación media absoluta
$EMPA$= error medio absoluto porcentual

Señal de Rastreo

$$SR = \frac{SCEP}{DMA}$$

En donde:
$SCEP$= suma continua de los errores de proyección

Inventarios

Simbología
D= demanda anual en unidades
Co= costo de ordenar en dólares por orden
Ch= costo de conservación por unidad al año
Q= cantidad a ordenar en unidades
R= punto de re orden
Cu= costo unitario o de compra
Ia= índice de almacenamiento
L= tiempo de entrega del proveedor
$\bar{L}$= tiempo de entrega promedio
Ca= costo de alistamiento o preparación
p= tasa de producción diaria
$\bar{d}$= tasa de demanda diaria
t = duración de la corrida de producción en días
Cf = costo anual por faltantes por unidad que falta
F = faltante máximo, unidades pendientes
I_{max} = Nivel máximo de inventario
B = Inventario de seguridad
Z = Número de desviaciones estándar requeridas para el nivel de confiabilidad deseado
σ_L= Desviación estándar de la demanda durante el tiempo de entrega

Modelo de Lote Económico

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}}$$

$$CT = \frac{D}{Q}Co + \frac{Q}{2}Ch$$

$$R = \bar{d} \times L$$

$$Ch = Cu \times Ia$$

$$Ia = \frac{\sum costos\ y\ gastos\ asociados\ con\ mantenimiento}{CMV + Inventario\ Final} + Tasa\ Alt.de\ Inv.$$

Modelo de EOQ con Descuentos o Diferencias en los Precios

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}}$$

$$CT = \frac{D}{Q}Co + \frac{Q}{2}Ch + D \times Cu$$

Modelo de EOQ con Costos de Transporte por unidad

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo}{(Cu + Ctr)\ x\ Ia}}$$

$$CT = \frac{D}{Q}Co + \frac{Q}{2}((Cu + Ctr)\ x\ Ia) + D\ x\ (Cu + Ctr)$$

Modelo de EOQ con Costos de Transporte por contenedor o embarque

$$Q = \sqrt{\frac{2D(Co + Ctr)}{Cu\ x\ Ia}}$$

$$CT = \frac{D}{Q}(Co + Ctr) + \frac{Q}{2}Cu\ x\ Ia + D\ x\ Cu$$

Modelo de EOQ con Reabastecimiento Gradual

$$Q = \sqrt{\frac{2DCa}{Ch\left(1 - \frac{d}{p}\right)}}$$

$$CT = \frac{D}{Q}Ca + \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{d}{p}\right)Ch$$

Modelo de EOQ con Costos por Faltantes Conocidos

$$Q = \sqrt{\frac{Ch + Cf}{Cf}}\sqrt{\frac{2DCo}{Ch}}$$

$$CT = \frac{D}{Q}Co + \frac{(Q-F)^2}{2Q}Ch + \frac{F^2}{2Q}Cf$$

$$F = Q\left(\frac{Ch}{Ch + Cf}\right)$$

$$I_{max} = Q - F$$

$$R = DdL - F + B$$

$$B = E(x)_{DL} - F$$

Modelo de EOQ con Incertidumbre

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo}{Ch}}$$

$$CT = \frac{D}{Q}Co + \left(\frac{Q}{2} + B\right)Ch + D \times Cu$$

$$R = Dd \times L + B$$

$$B = Z\sigma_L$$

Demanda variable y tiempo de entrega constante
$R = \bar{d}L + Z(\sigma_d\sqrt{L})$
Demanda constante y tiempo de entrega variable
$R = d\bar{L} + Z(d\sigma_L)$
Demanda y tiempo de entrega variable
$R = \bar{d}\,\bar{L} + Z\left(\sqrt{\bar{L}\sigma_d + \bar{d}^2\sigma_L^2}\right)$

Teoría de Colas

$$k = \frac{\mu_{requerida}}{\mu_{tasa\ de\ cambio}}$$

En donde:
k= personal o activos necesarios para formar una cuadrilla o centro de servicio

Una Cola un Servidor

$$Estabilidad\ del\ modelo = \lambda < \mu$$

En donde:
λ= tasa de llegada promedio
μ= tasa de servicio promedio

Longitud promedio de la cola

$$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Tiempo de espera promedio en la cola

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda}$$

Longitud promedio del sistema

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

Tiempo de espera promedio en el sistema

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Probabilidad de que el sistema esté vacío

$$Po = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

Tiempo de la actividad del sistema

$$U = 1 - Po$$

Probabilidad de tener n unidades en el sistema

$$Pn = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n Po$$

Probabilidad de que la línea exceda a L

$$P(n > L) = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{L+1}$$

Tasa de servicio requerida para un Wq meta

$$\mu = \frac{\lambda}{2} + \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda}{Wq}}$$

Varias Filas Varios Servidores

$$Estabilidad\ del\ sistema = \frac{\lambda}{F} < \mu$$

$$\lambda = \frac{\lambda}{F}$$

En donde:
F= número de filas

Y se utilizan las fórmulas de una cola un servidor

Una Cola Varios Servidores

$$Estabilidad\ del\ sistema = \left(\frac{\lambda}{C \times \mu}\right) < 1$$

En donde:
C= número de servidores

Longitud promedio de la cola C = 2

$$L_q = \frac{\left(\lambda/\mu\right)^3}{4 - \left(\lambda/\mu\right)^2}$$

Longitud promedio de la cola C = 3

$$L_q = \frac{\left(\lambda/\mu\right)^4}{\left(3 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left[6 + \frac{4\lambda}{\mu} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2\right]}$$

Longitud promedio de la cola C ≥ 4

$$Lq = \frac{\left(\lambda/\mu\right)^{C+1}}{C \times C!\left(1 - \frac{\lambda/\mu}{C}\right)^2} \times Po$$

Tiempo de espera promedio en la cola

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda}$$

Longitud promedio del sistema

$$L = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

Tiempo de espera promedio en el sistema

$$W = \frac{L}{\lambda}$$

Probabilidad de que el sistema esté vacío

$$Po = \left[\frac{\left(\lambda/_{\mu}\right)^{C}}{C!\left(1-\frac{\lambda/_{\mu}}{C}\right)} + 1 + \frac{\left(\lambda/_{\mu}\right)^{1}}{1!} + \frac{\left(\lambda/_{\mu}\right)^{2}}{2!} + \ldots + \frac{\left(\lambda/_{\mu}\right)^{(C-1)}}{(C-1)!} \right]^{-1}$$

Costo del Sistema de Colas

$$CT = (Cw \times L \times F) + (Cs \times C \times k)$$

En donde:
Cw= Costo de espera
F= Número de filas en el sistema
Cs= Costo del servicio
C= Número de servidores en el sistema
k= Cantidad de empleados en el servidor