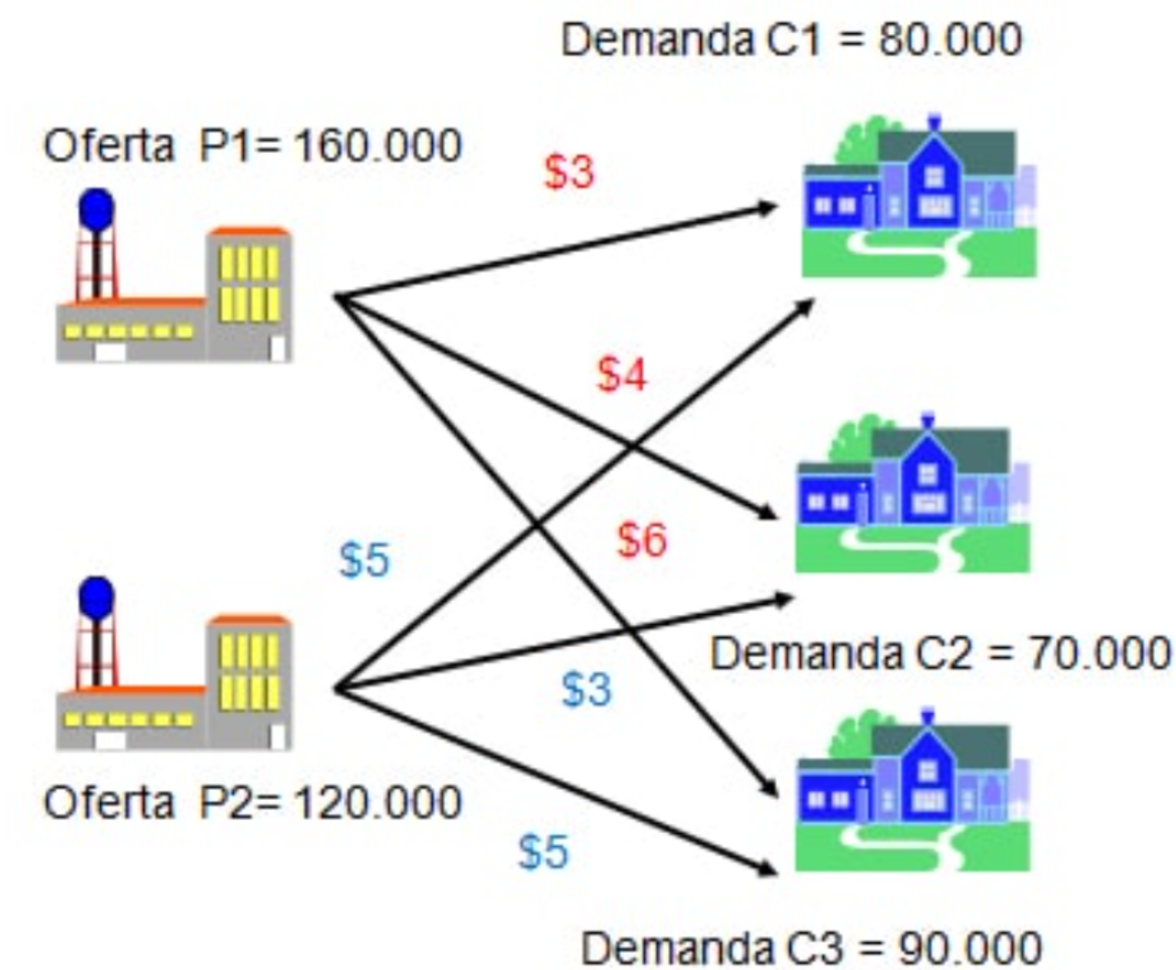
Programación Lineal

Método de Transporte

Método de Asignación

Método de Transporte

El problema de transporte maneja la distribución de bienes desde varios puntos de oferta hasta varios puntos de demanda. En general, se tiene la capacida de bienes en cada fuente, un requerimiento de bienes en cada destino, y el costo de envío por unidad de cada fuente a cada destino. El objetivo de este problema es programar los envíos de manera que se minimice el costo total de transporte.



En general, para un problema de transporte con m fuentes y *n* destinos, el número de variables es *m x n* y el número de restricciones es *m + n.*

El modelo de programación lineal es:

$$\text{Minimizar el costo} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$$

sujeto a

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq s_i \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \text{para toda } i \text{ y } j$$

Ejercicio1

En www.ucreanop.com, en ejercicios de clase está el archivo de excel con el nombre Clase #09 ejercicios de Programación Lineal.

La municipalidad de Tres Ríos administra la distribución de agua en cierta región geográfica grande. La región es bastante árida, por lo que el distrito debe comprar y traer agua desde fuera de ella. Las fuentes de esta agua importada son los ríos 1, 2 y 3. La municipalidad revende el agua a los usuarios de la región. Sus clientes principales son los departamentos de agua de las ciudades A, B, C y D. Es posible hacer llegar agua a cualquiera de estas ciudades desde cualquiera de los tres ríos, con la excepción de que no hay forma de abastecer a la ciudad D con agua del río 3. Sin embargo, dada la distribución geográfica de los acueductos y las ciudades en la región, el costo del abastecimiento para el distrito depende tanto de la fuente como de la ciudad a la que abastece. En la tabla siguiente se dan los costos variables por acre-pie de agua para cada combinación de río y ciudad. A pesar de estas variaciones, el precio que la municipalidad cobra por acre-pie es independiente de la fuente de agua y es el mismo para todas las ciudades.

	Ciudad A	Ciudad B	Ciudad C	Ciudad D	Recursos
Río 1	16	13	22	17	50
Río 2	14	13	19	15	60
Río 3	19	20	23	--	50
Mínimo necesario	30	70	0	10	
Solicitado	50	70	30	Infinito	

La gerencia de la municipalidad tiene que resolver el problema de cómo asignar el agua disponible durante el próximo verano. En la columna del lado derecho de la tabla se dan las cantidades disponibles en los tres ríos, en unidades de un millón de acres-pie. Plantee el problema para ser resulto por medio de programación lineal si la municipalidad desea que la cantidad de agua enviada del río 1 a las ciudades sea proporcionalmente igual entre todas las ciudades.

Definición de variables

X1= Cantidad de agua que se enviará desde el río 1 a la Ciudad A
X2= Cantidad de agua que se enviará desde el río 1 a la Ciudad B
X3= Cantidad de agua que se enviará desde el río 1 a la Ciudad C
X4= Cantidad de agua que se enviará desde el río 1 a la Ciudad D
X5= Cantidad de agua que se enviará desde el río 2 a la Ciudad A
X6= Cantidad de agua que se enviará desde el río 2 a la Ciudad B
X7= Cantidad de agua que se enviará desde el río 2 a la Ciudad C
X8= Cantidad de agua que se enviará desde el río 2 a la Ciudad D
X9= Cantidad de agua que se enviará desde el río 3 a la Ciudad A
X10= Cantidad de agua que se enviará desde el río 3 a la Ciudad B
X11= Cantidad de agua que se enviará desde el río 3 a la Ciudad C

FO Min $Z = 16X_1 + 13X_2 + 22X_3 + 17X_4 + 14X_5 + 13X_6 + 19X_7 + 15X_8 + 19X_9 + 20X_{10} + 23X_{11}$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 50$

$X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 60$

$X_9 + X_{10} + X_{11} = 50$

$X_1 + X_5 + X_9 \geq 30$

$X_2 + X_6 + X_{10} \geq 70$

$X_3 + X_7 + X_{11} \geq 0$

$X_4 + X_8 \geq 10$

$X_1 + X_5 + X_9 \leq 50$

$X_2 + X_6 + X_{10} \leq 70$

$X_3 + X_7 + X_{11} \leq 30$

$$\frac{X_1}{X_1 + X_2 + X_3 + X_4} = \frac{X_2}{X_1 + X_2 + X_3 + X_4} = \frac{X_3}{X_1 + X_2 + X_3 + X_4} = \frac{X_4}{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}$$

$X_i \geq 0$

Método de Asignación

El problema de asignación se refiere a la clase de problemas de programación lineal que implica determinar la asignación más eficiente de individuos a proyectos, vendedores a territorios, auditores a compañías para auditarlas, contratos a licitadores, trabajos a máquinas, equipo pesado (como grúas) a labores de construcción, etcétera.

Método de Asignación

El objetivo es casi siempre minimizar el costo total o el tiempo total para realizar las tareas. Una característica importante de los problemas de asignación es que tan solo un trabajo o empleado se asigna a una máquina o un proyecto.

Ejercicio 2

Una empresa de publicidad en expansión acaba de seleccionar a cuatro nuevos empleados con capacidades profesionales: dos son licenciados en comunicación y los otros dos son diseñadores gráficos con entrenamiento y experiencias diversas que pueden ser útiles a la empresa. Debido a que las vacantes son de diferente responsabilidad y considerando las habilidades personales, el departamento de recursos humanos realizó la siguiente matriz en la que se indica el salario que debería pagarse a cada uno de los individuos para las distintas funciones que podría desempeñar.

Profesional	Puesto 1	Puesto 2	Puesto 3
Licenciado en comunicación 1	$7,000	$7,250	--
Licenciado en comunicación 2	$6,500	$7,500	$7,000
Diseño gráfico 1	$5,800	--	$7,000
Diseño gráfico 2	--	$6,500	$5,700

Cualquiera de estos profesionales pueden aspirar a los puestos en donde se les haya ofrecido una oferta salarial. La empresa quiere colocar a cada uno de los nuevos empleados en los distintos puestos de manera que la nómina a pagar sea la menor posible, dado que el proyecto en que está trabajando la empresa lo empezará a cobrar seis meses después, por lo que tendrá que obtener un préstamo bancario para mantenerse hasta ese momento. Plantee el problema para ser resuelto por medio de programación lineal, teniendo claro que un persona sólo puede asumir un puesto de trabajo.

Definición de Variables

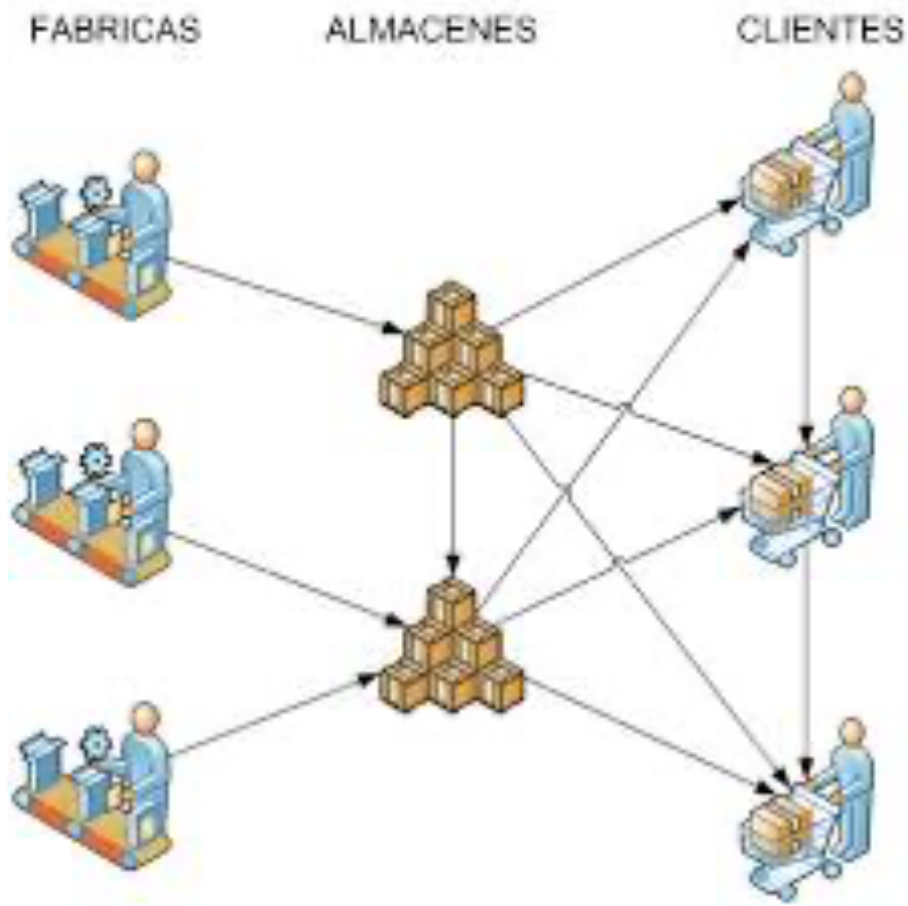
X1= Lic. en comunicación 1 asignado al puesto 1
X2= Lic. en comunicación 1 asignado al puesto 2
X3= Lic. en comunicación 2 asignado al puesto 1
X4= Lic. en comunicación 2 asignado al puesto 2
X5= Lic. en comunicación 2 asignado al puesto 3
X6=Diseñador gráfico 1 asignado al puesto 1
X7=Diseñador gráfico 1 asignado al puesto 3
X8=Diseñador gráfico 2 asignado al puesto 2
X9=Diseñador gráfico 2 asignado al puesto 3

FO Min $Z = 7000X1 + 7250X2 + 6500X3 + 7500X4 + 7000X5 + 5800X6 + 7000X7 + 6500X8 + 5700\ X9$

Sujeto a:

$$X1 + X2 \geq 1$$
$$X3 + X4 + X5 \geq 1$$
$$X6 + X7 \geq 1$$
$$X8 + X9 \geq 1$$
$$X1 + X3 + X6 \leq 1$$
$$X2 + X4 + X8 \leq 1$$
$$X5 + X7 + X9 \leq 1$$
$$Xi \geq 0$$

Problemas de Trasbordo



En un problema de transporte, si los artículos deben pasar por un punto intermedio antes de llegar al destino final, se trata de un problema de trasbordo.

Ejercicio 3

Maquinaria La Criolla S.A., fabrica motoguadañas en fábricas localizadas en Alajuela y San José. Los productos se venden en la provincia de Guanacaste en diferentes puntos de venta. Las fabricas envían a centros de distribución regionales en Carrillo y Liberia, desde donde se reparten a las tiendas y ferreterías existentes en los demás cantones de Guanacaste.

Ejercicio 3

La oferta disponible en las fábricas, la demanda en los destinos finales y los costos de envío se muestran en la siguiente tabla.

De \ A	Carrillo	Liberia	Santa Cruz	Nicoya	Liberia	Tilarán	Oferta
Alajuela	$50	$55	--	--	--	--	1800
San José	$60	$60	--	--	--	--	1600
Carrillo	--	--	$40	$45	$50	$60	--
Liberia	--	--	$55	$60	$5	$45	--
Demanda	--	--	750	250	1500	500	

Definición de Variables

X1 = Número de unidades enviadas de Alajuela a Carrillo
X2 = Número de unidades enviadas de Alajuela a Liberia
X3 = Número de unidades enviadas de San José a Carrillo
X4 = Número de unidades enviadas de San José a Liberia
X5 = Número de unidades enviadas de Carrillo a Santa Cruz
X6 = Número de unidades enviadas de Carrillo a Nicoya
X7 = Número de unidades enviadas de Carrillo a Liberia
X8 = Número de unidades enviadas de Carrillo a Tilarán
X9 = Número de unidades enviadas de Liberia a Santa Cruz
X10 = Número de unidades enviadas de Liberia a Nicoya
X11 = Número de unidades enviadas de Liberia a Liberia
X12 = Número de unidades enviadas de Liberia a Tilarán

FO Min $Z = 50X1 + 55X2 + 60X3 + 60X4 + 40X5 + 45X6 + 50X7 + 60X8 + 55X9 + 60X10 + 5X11 + 45X12$

Sujeto a:

$$X1 + X2 \leq 1800$$
$$X3 + X4 \leq 1600$$
$$X5 + X9 = 750$$
$$X6 + X10 = 250$$
$$X7 + X11 = 1500$$
$$X8 + X12 = 500$$
$$X1 + X3 = X5 + X6 + X7 + X8$$
$$X2 + X4 = X9 + X10 + X11 + X12$$
$$Xi \geq 0$$

Resuelva los ejercicios vistos en clase con Excel

En www.ucreanop.com en ejercicios de clase están los archivos de Excel con los nombres Clase #08 y #09 ejercicios de Programación Lineal.