



CATEDRA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES

Práctica de Cadenas de Markov

La siguiente práctica es una recopilación de ejercicios tomados de exámenes hechos por la cátedra.

1- El departamento de estudios de mercado de una fábrica estima que el 20% de la gente que compra un producto un mes, no lo comprará el mes siguiente. Además, el 30% de quienes no lo compran un mes lo adquirirá al mes siguiente. En una población de 1000 individuos, 100 compraron el producto el primer mes. ¿Cuántos lo comprarán al mes próximo? ¿Y dentro de dos meses?

2- En una población de 10,000 habitantes, 5000 no fuman, 2500 fuman uno o menos de un paquete diario y 2500 fuman más de un paquete diario. En un mes hay un 5% de probabilidad de que un no fumador comience a fumar un paquete diario, o menos, y un 2% de que un no fumador pase a fumar más de un paquete diario. Para los que fuman un paquete, o menos, hay un 10% de probabilidad de que dejen el tabaco, y un 10% de que pasen a fumar más de un paquete diario. Entre los que fuman más de un paquete, hay un 5% de probabilidad de que dejen el tabaco y un 10% de que pasen a fumar un paquete, o menos. ¿Cuántos individuos habrá de cada clase el próximo mes?

3- El ascensor de un edificio con bajo y dos pisos realiza viajes de uno a otro piso. El piso en el que finaliza el viaje n -ésimo del ascensor sigue una cadena de Markov. Se sabe que la mitad de los viajes que parten del bajo se dirigen a cada uno de los otros dos pisos, mientras que si un viaje comienza en el primer piso, sólo el 25% de las veces finaliza en el segundo. Por último, si un trayecto comienza en el segundo piso, siempre finaliza en el bajo. Se pide:

- Calcular la matriz de probabilidades de transición de la cadena
- Dibujar el gráfico asociado.
- ¿Cuál es la probabilidad de que, a largo plazo, el ascensor se encuentre en cada uno de los tres pisos?

4- Un agente comercial realiza su trabajo en tres ciudades A, B y C. Para evitar desplazamientos innecesarios está todo el día en la misma ciudad y allí pernocta, desplazándose a otra ciudad al día siguiente, si no tiene suficiente trabajo. Después de estar trabajando un día en C, la probabilidad de tener que seguir trabajando en ella al día siguiente es 0.4, la de tener que viajar a B es 0.4 y la de tener que ir a A es 0.2. Si el viajante duerme un día en B, con probabilidad de un 20% tendrá que seguir trabajando en la misma ciudad al día siguiente, en el 60% de los casos viajará a C, mientras que irá a A con probabilidad 0.2. Por último, si el agente comercial trabaja todo





un día en A, permanecerá en esa misma ciudad, al día siguiente, con una probabilidad 0.1, irá a B con una probabilidad de 0.3 y a C con una probabilidad de 0.6.

- Si hoy el viajante está en C, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga que trabajar en C al cabo de cuatro días?
- ¿Cuáles son los porcentajes de días en los que el agente comercial está en cada una de las tres ciudades?

5- Un estudio de las cuentas por cobrar en el negocio ABC, indica cuatro diferentes estados de las cuentas desglosadas de la siguiente manera: pagadas, atrasadas un mes, atrasadas dos meses, y canceladas como deuda incobrable. De las cuentas atrasadas un mes, 80% se pagan y el resto se convierte en atrasadas un mes o dos meses en la misma proporción. Las que están atrasadas dos meses quedarán pagadas (60%) o el resto se clasificarán como deuda incobrable un 20%, pasarán a un mes un 10% y permanecerán como cuentas atrasadas de dos meses un 10%. Determine cuánto dinero espera recuperar la compañía durante el primer mes y durante el segundo mes, para preparar un Flujo de efectivo para los siguientes 2 meses, donde para el primer mes se proyecta un ingreso promedio de \$100.000 y gastos por \$80.000; en el segundo mes se proyecta un ingreso promedio de \$90.000 y gastos por \$95.000 - En el mes actual [mes (0)] el saldo del flujo de caja de efectivo fue de \$0,0.

- Prepare un Estado de lo pagado e incobrable para los meses: mes (1); mes (2).
- Prepare un Flujo de Efectivo para los meses: mes (0); mes (1); mes (2).
- ¿Cuánto se volverá deuda incobrable en los meses 1 y 2?

6- Un estudio de las cuentas por cobrar en el negocio ABC, indica cuatro diferentes estados de las cuentas desglosadas de la siguiente manera: están pagadas, atrasadas un mes, atrasadas dos meses, liquidadas como deuda incobrable. De las cuentas atrasadas un mes, 80% se pagan, 10% a un mes de vencimiento y el resto se convierte en atrasadas dos meses. Las que están atrasadas dos meses quedarán pagadas (60%), 10% a un mes de vencida, 10% a 2 meses de vencida y el resto se clasificarán como deuda incobrable. Determine cuánto dinero espera recuperar la compañía durante el primer mes y durante el segundo mes, para preparar un Flujo de efectivo para los siguientes 2 meses, donde para el primer mes se proyecta un ingreso promedio de \$100.000 y gastos por \$80.000; en el segundo mes se proyecta un ingreso promedio de \$90.000 y gastos por \$95.000 - En el mes actual [mes (0)] el saldo del flujo de caja de efectivo fue de \$10.000,0.

- Prepare un Estado de lo pagado e incobrable para los meses: mes (1); mes (2).
- Prepare un Flujo de Efectivo para los meses: mes (0); mes (1); mes (2).
- ¿Cuánto es el total de la deuda incobrable en los meses 1 y 2?





7- Una tercera tienda de abarrotes denominada Quick Stop Groceries, desea participar en las cuotas del segmento de mercado que al día de hoy tienen las tiendas Murphy's Foodliner con un $\frac{2}{3}$ de los clientes y Ashley's Supermarket con $\frac{1}{3}$ de los clientes que son leales a cada una de las tiendas anteriores. Quick Stop Groceries es más pequeña que Murphy's Foodliner o Ashley's Supermarket, sin embargo, es de esperarse que la conveniencia del servicio más rápido y la venta de gasolina a automovilistas de Quick Stop atraigan más clientes que actualmente hacen sus compras semanales en Murphy's Foodliner o en Ashley's. Suponga que las probabilidades de transición son las siguientes:

DE	A		
	Murphys	Ashleys	Quick Stop
Murphys	0.85	0.10	0.05
Ashleys	0.20	0.75	0.05
Quick Stop	0.15	0.10	0.75

A usted lo han contratado la tienda Quick Stop, para que le indique, a través de las probabilidades de estado Estable o Equilibrio, cual seria las cuotas de mercado de cada una de las tiendas, incluyendo a ella misma (Quick Stop), después de una gran numero de periodos.

- 1) Calcule las probabilidades de estado de Equilibrio para tres estados.
- 2) ¿Qué cuota del mercado obtendrá Quick Stop?
- 3) Con 1000 clientes, el proceso de Equilibrio original, de dos estados (tiendas) proyectó $\frac{2}{3}$ viajes de compras de clientes a Murphy's Foodliner y $\frac{1}{3}$ a Ashley's Supermarket. ¿Qué impacto tendrá Quick Stop en las visitas de los clientes a Murphy's y a Ashley' o sea cuantos clientes se dejará Quick Shop en su totalidad y cuantos clientes procedentes de Murphy's Foodliner y Ashley's Supermarket se trasladarán a Quick Stop? Explique.

8- Una gran corporación reunió datos sobre las razones de que tanto gerentes de nivel medio como altos directivos abandonan la empresa. Algunos gerentes finalmente se retiran, pero otros dejan la empresa antes de retirarse por razones personales, incluidos puestos más atractivos en otras empresas. Suponga que la siguiente matriz de probabilidades de transición de un año es apropiada con los cuatro estados del proceso de Markov: Retiro, Abandona la empresa antes de retirarse por razones personales, Permanece como gerente de nivel medio y Permanece como alto directivo.





	Retiro	Abandona - razones personales	Gerente medio	Alto directivo
Retiro	1.00	0.00	0.00	0.00
Abandona - razones personales	0.00	1.00	0.00	0.00
Gerente de nivel medio	0.03	0.07	0.80	0.10
Gerente de alto nivel	0.08	0.01	0.03	0.88

- Interprete las probabilidades de transición de los gerentes de nivel medio.
- Interprete las probabilidades de transición de los altos directivos.
- ¿Qué porcentaje de los gerentes de nivel medio actuales finalmente se retiran de la empresa? ¿Qué porcentaje dejará la empresa por razones personales?
- La empresa actualmente tiene 920 gerentes: 640 gerentes de nivel medio y 280 altos directivos ¿Cuántos de estos gerentes finalmente se retirarán de la empresa? ¿Cuántos dejarán la empresa por razones personales?

9- Hace tan solo un año y medio, algunos ejecutivos de Rentall y algunos inversionistas externos ofrecieron comprar a Bob su Rentall Trucks. Bob estaba cerca de retirarse y la oferta era increíble. Folley, Smith and Christensen desarrollaron los contratos para los ejecutivos de Rentall y los otros inversionistas, y la venta se realizó. Unos meses después Bob decidió releer los contratos de venta, y fue entonces cuando Bob y su abogado descubrieron que no había una cláusula en los contratos que prohibiera a Bob competir directamente con Rentall. En menos de seis meses, Bob Renton había atraído a algunos ejecutivos clave de Rentall y se los había llevado a su nuevo negocio, Rentrán, que competiría directamente con Rentall Trucks en todos los aspectos. Después de unos meses de operación, Bob estimaba que Rentrán tenía cerca del 5% del mercado nacional total en la renta de camiones. Rentall poseía cerca del 80% del mercado y otra compañía, National Rentals, tenía el 15% restante. En unos cuantos meses, Rentrán había captado 5% del mercado total. A este paso, Rentrán podía dominar completamente el mercado en unos cuantos años. Pete Rosen, el presidente de Rentall, incluso se preguntó si Rentall podría mantener 50% del mercado a largo plazo.

Como resultado de tales preocupaciones, Pete contrató a una empresa de investigación de mercados para que analizara una muestra aleatoria de los clientes de renta de camiones. La muestra consistió en 1,000 clientes existentes o potenciales. La empresa de investigación de mercados tuvo mucho cuidado y se aseguró de que la muestra representara las condiciones reales del mercado. La muestra tomada consistió en 800 clientes de Rentall, 60 clientes de Rentrán y el resto de clientes de National. Después, se analizó la misma muestra para el siguiente mes en cuanto a la proclividad de los clientes a cambiar de compañía. De los clientes originales de Rentall, 200 cambiaron a Rentrán y 80 cambiaron a National. Rentrán pudo retener 51 de sus clientes originales;





3 clientes cambiaron a Rentall, y 6 a National. Por último, 14 clientes cambiaron de National a Rentall y 35 de National a Rentran.

La única solución era tomar acciones correctivas inmediatas que desviarán la habilidad de Rentran para llevarse a los clientes de Rentall. Después de un análisis detallado de Rentran; Rentall y el negocio de renta de camiones en general, Jim el gerente de Rentall, concluyó que se necesitaban cambios inmediatos en tres áreas: política de renta, publicidad y línea de producto. Para confirmar las percepciones de Jim, se contrató a la misma empresa de investigación de mercados para analizar el efecto de dichos cambios, usando la misma muestra de 1,000 clientes. La empresa de investigación de mercados, Meyers Marketing Research, Inc., realizó una prueba piloto con la muestra de 1,000 clientes. Los resultados del análisis revelaron que de los clientes originales de Rentall, 100 cambiaron a Rentran y 20 cambiaron a National. Rentran pudo retener 45 de sus clientes originales; 9 clientes cambiaron a Rentall, y 6 a National. Por último, 28 clientes cambiaron de National a Rentall y 35 de National a Rentran., si se implementaran las nuevas políticas.

1. ¿Cuáles serán las participaciones en el mercado dentro de tres meses sin los cambios?
2. ¿Cuáles serán las participaciones en el mercado dentro de tres meses con los cambios?
3. ¿Qué le recomendaría Ud. a la empresa Rentall con relación a los dos escenarios anteriores?

10- En un día soleado, Minigolf puede tener ingresos de \$2000. Si el día está nublado, los ingresos se reducen 20%. Un día lluvioso reducirá los ingresos en 80%. Si hoy está soleado hay 80% de probabilidades de que mañana esté soleado sin amenaza de lluvia. Si está nublado, hay 20% de probabilidades de que mañana llueva, y 30% de probabilidades de que esté soleado. Seguirá lloviendo hasta el día siguiente con una probabilidad de 0.8 pero con 10% de probabilidades de que esté soleado.

- a) Determine los ingresos diarios esperados para la empresa. (20 pts.)
- b) Determine el promedio de días que no estarán soleados. (10 pts.)

Una larga trayectoria de excelencia...

