

UNIDAD 3

Generación de variables aleatorias.

3.1. Introducción

Buscamos métodos que nos permitan obtener valores de variables aleatorias que sigan determinadas distribuciones de probabilidad a partir de los números aleatorios generados, que sigan la distribución Uniforme en el intervalo (0,1).

Hay cuatro métodos generales de generación de variables aleatorias y una serie de métodos particulares de las distintas distribuciones.

La facilidad de aplicación de dichos métodos, así como el coste computacional asociado a los mismos, varía mucho según la familia de variables aleatorias a las que se apliquen.

Normalmente existen varios algoritmos que se pueden utilizar para generar valores de una determinada distribución, y diferentes factores que se pueden considerar para determinar qué algoritmo utilizar en un caso particular. Desafortunadamente dichos factores suelen entrar en conflicto unos con otros y a veces se ha de llegar a una solución de compromiso.

Algunos de estos factores son los siguientes:

Exactitud: se han de obtener valores de una variable con una precisión dada. A veces se tiene suficiente con obtener una aproximación y otras no.

Eficiencia: el algoritmo que implementa el método de generación tiene asociado un tiempo de ejecución y un gasto de memoria. Elegiremos un método que sea eficiente en cuando al tiempo y a la cantidad de memoria requeridos.

Complejidad: Buscamos métodos que tengan complejidad mínima, siempre y cuando se garantice cierta exactitud.

3.2. Métodos para generar variables aleatorias

Los métodos más empleados para la generación de variables aleatorias son:

- Método de la transformada inversa: Consiste en emplear la distribución acumulada $F(x)$ de la distribución de probabilidad a simular por medio de integración; como el rango de $F(x)$ se encuentra en el intervalo de cero (0) a uno (1), se debe generar un número aleatorio ri para luego determinar el valor de la variable aleatoria cuya distribución acumulada es igual a ri . El problema de este método radica en el hecho que algunas veces se dificulta demasiado la consecución de la transformada inversa.
- Método de convolución: Permite generar una distribución a partir de la suma de distribuciones más elementales o mediante la transformada z .
- Método de aceptación y rechazo: Cuando $f(x)$ es una función acotada y x tiene un rango finito, como $a \leq x \leq b$, se utiliza este método para encontrar los valores de

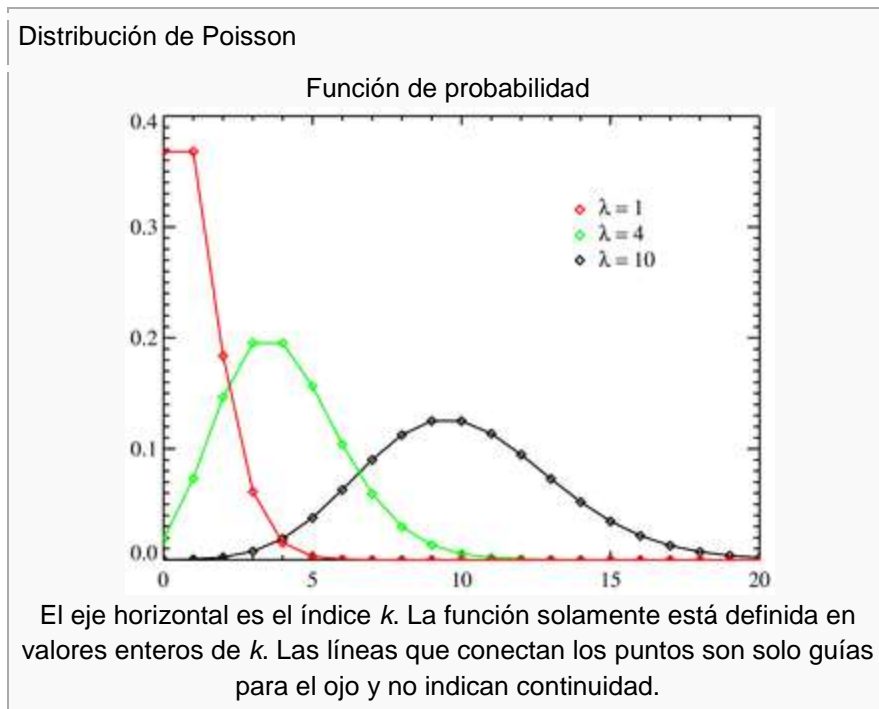
las variables aleatorias. El método consiste en normalizar el rango de f mediante un factor de escala c , luego definir a x como una función lineal de r , después se generan parejas de números aleatorios r_1 , r_2 y por último si el número encontrado se elige al azar dentro del rango (a,b) y $r \leq c f(x)$ se acepta, en caso contrario se rechaza. El problema de este método es la cantidad de intentos que se realizan antes de encontrar una pareja exitosa.

- Método de composición: Con este método la distribución de probabilidad $f(x)$ se expresa como una mezcla o composición de varias distribuciones de probabilidad $f_i(x)$ seleccionadas adecuadamente.

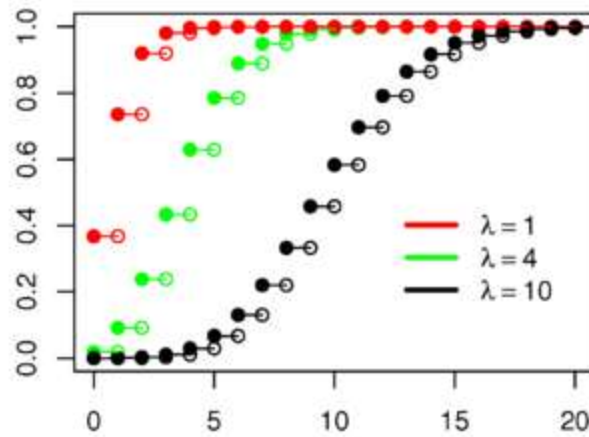
Procedimientos especiales: Existen algunas distribuciones estadísticas de probabilidad en las cuales es posible emplear sus propiedades para obtener expresiones matemáticas para la generación de variables aleatorias en forma eficiente. En varios casos se aplica el Teorema Central del Límite y en otros se utiliza el método directo para encontrar las variables aleatorias.

3.2.1.1 Generación variables aleatorias discretas : distribuciones Poisson, Binomial, y geométrica

DISTRIBUCIÓN DE POISSON.



Función de distribución de probabilidad



El eje horizontal es el índice k .

Parámetros	$\lambda \in (0, \infty)$
Dominio	$k \in \{0, 1, 2, \dots\}$
Función de probabilidad (fp)	$\frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$
Función de distribución (cdf)	$\frac{\Gamma(\lfloor k+1 \rfloor, \lambda)}{\lfloor k \rfloor!}$ for $k \geq 0$ (dónde $\Gamma(x,y)$ es la Función gamma incompleta)
Media	λ
Mediana	usualmente cerca de $\lfloor \lambda + 1/3 - 0.02/\lambda \rfloor$
Moda	$\lfloor \lambda \rfloor$ (and $\lambda - 1$ si λ es un entero)
Varianza	λ
Coficiente de simetría	$\lambda^{-1/2}$
Curtosis	$3 + \lambda^{-1}$
Entropía	$\lambda[1 - \ln(\lambda)] + e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k \ln(k!)}{k!}$
Función generadora de momentos (mgf)	$\exp(\lambda(e^t - 1))$

Función característica	$\exp(\lambda(e^{it} - 1))$
------------------------	-----------------------------

En teoría de probabilidad y estadística, la distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta. Expresa la probabilidad de un número k de eventos ocurriendo en un tiempo fijo si estos eventos ocurren con una tasa media conocida, y son independientes del tiempo desde el último evento.

La distribución fue descubierta por Simeón-Denis Poisson (1781–1840) que publicó, junto con su teoría de probabilidad, en 1838 en su trabajo *Recherches sur la probabilité des jugements en matières criminelles et matière civile* ("Investigación sobre la probabilidad de los juicios en materias criminales y civiles"). El trabajo estaba enfocado en ciertas variables aleatorias N que cuentan, entre otras cosas, un número de ocurrencias discretas (muchas veces llamadas "arribos") que tienen lugar durante un intervalo de tiempo de duración determinada. Si el número esperado de ocurrencias en este intervalo es λ , entonces la probabilidad de que haya exactamente k ocurrencias (siendo k un entero no negativo, $k = 0, 1, 2, \dots$) es igual a:

$$f(k; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!},$$

Dónde:

- e es el base del logaritmo natural ($e = 2.71828\dots$),
- $k!$ es el factorial de k ,
- k es el número de ocurrencias de un evento,
- λ es un número real positivo, equivalente al número esperado de ocurrencias durante un intervalo dado. Por ejemplo, si los eventos ocurren de media cada 4 minutos, y se está interesado en el número de eventos ocurriendo en un intervalo de 10 minutos, se usaría como modelo una distribución de Poisson con $\lambda = 2.5$.

• Por ejemplo, si 2% de los libros encuadernados en cierto taller tiene encuadernación defectuosa, obtener la probabilidad de que 5 de 400 libros encuadernados en este taller tengan encuadernaciones defectuosas. $k = 5, \lambda = 400(0.02) = 8$

$$P(5; 8) = \frac{8^5 e^{-8}}{5!} = 0.092$$

Su media y su varianza son:

$$\mu = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda$$

Como una función de k , ésta es la función probabilidad de masa. La distribución de Poisson puede ser vista como un caso limitante de la distribución binomial, es decir, que una distribución binomial en la que $n \rightarrow \infty$ y $\theta \rightarrow 0$ se puede aproximar por una distribución de Poisson de valor $\lambda = n\theta$

La distribución de Poisson es también llamada Poissoniana, análogamente al término Gaussiana para una distribución de Gauss o distribución normal.

Procesos de Poisson

La distribución de Poisson, se aplica a varios fenómenos discretos de la naturaleza (esto es, aquellos fenómenos que ocurren 0, 1, 2, 3,... veces durante un periodo definido de tiempo o en una área determinada) cuando la probabilidad de ocurrencia del fenómeno es constante en el tiempo o el espacio. Ejemplos de estos eventos que pueden ser modelados por la distribución de Poisson incluyen:

- El número de autos que pasan a través de un cierto punto en una ruta (suficientemente distantes de los semáforos) durante un periodo definido de tiempo).
- El número de errores de ortografía que uno comete al escribir una única página.
- El número de llamadas telefónicas en una central telefónica por minuto.
- El número de servidores web accedidos por minuto.
- El número de animales muertos encontrados por unidad de longitud de ruta.
- El número de mutaciones de determinada cadena de ADN después de cierta cantidad de radiación.
- El número de núcleos atómicos inestables que decayeron en un determinado periodo de tiempo en una porción de sustancia radiactiva. La radiactividad de la sustancia se debilitará con el tiempo, por lo tanto el tiempo total del intervalo usado en el modelo debe ser significativamente menor que la vida media de la sustancia.
- El número de estrellas en un determinado volumen de espacio.
- La distribución de receptores visuales en la retina del ojo humano.
- La inventiva de un inventor a través de su carrera.

Propiedades

El valor esperado de una variable aleatoria con distribución de Poisson es igual a λ y también lo es su varianza. Los momentos más altos de la distribución de Poisson son polinomios de Touchard en λ cuyos coeficientes tienen un sentido combinatorio. De hecho, cuando el valor esperado de la distribución de Poisson es 1, entonces la fórmula de Dobinski dice que el n -ésimo momento iguala al número de particiones de tamaño n .

La moda de una variable aleatoria de distribución de Poisson con un λ no entero es igual a $\lfloor \lambda \rfloor$ (o suelo de λ), el cual es el número entero más grande menor o igual a λ . Esto también es expresado como la función parte entera de λ . Cuando λ es un entero positivo, las modas son λ y $\lambda - 1$.

Sumas de las variables aleatorias de distribución de Poisson:

Si $X_i \sim \text{Poi}(\lambda_i)$ sigue una distribución de Poisson con parámetro λ_i y X_i son independientes

$$Y = \sum_{i=1}^N X_i \sim \text{Poi} \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i \right)$$

entonces también sigue una distribución de Poisson cuyo parámetro es la suma de los parámetros del componente.

La función generadora de momentos de la distribución de Poisson con valor esperado λ es:

$$E \left(e^{tX} \right) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{tk} f(k; \lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{tk} \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = e^{\lambda(e^t - 1)}.$$

Todas las acumulaciones de la distribución de Poisson son iguales al valor esperado λ . El n -ésimo momento factorial de la distribución de Poisson es λ^n .

Las distribuciones de Poisson son funciones probabilísticas infinitamente divisibles.

La divergencia Kullback-Leibler dirigida entre $\text{Poi}(\lambda_0)$ y $\text{Poi}(\lambda)$ está dada por:

$$\Delta(\lambda||\lambda_0) = \lambda \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda} + \frac{\lambda_0}{\lambda} \log \frac{\lambda_0}{\lambda} \right).$$

Cuando λ tiende a infinito, podemos aproximar a una distribución normal. Por ello, podemos tipificar ya que conocemos cual es la media y varianza de una Poisson.

$$X \sim Po(\lambda) \sim N(\lambda, \lambda)$$

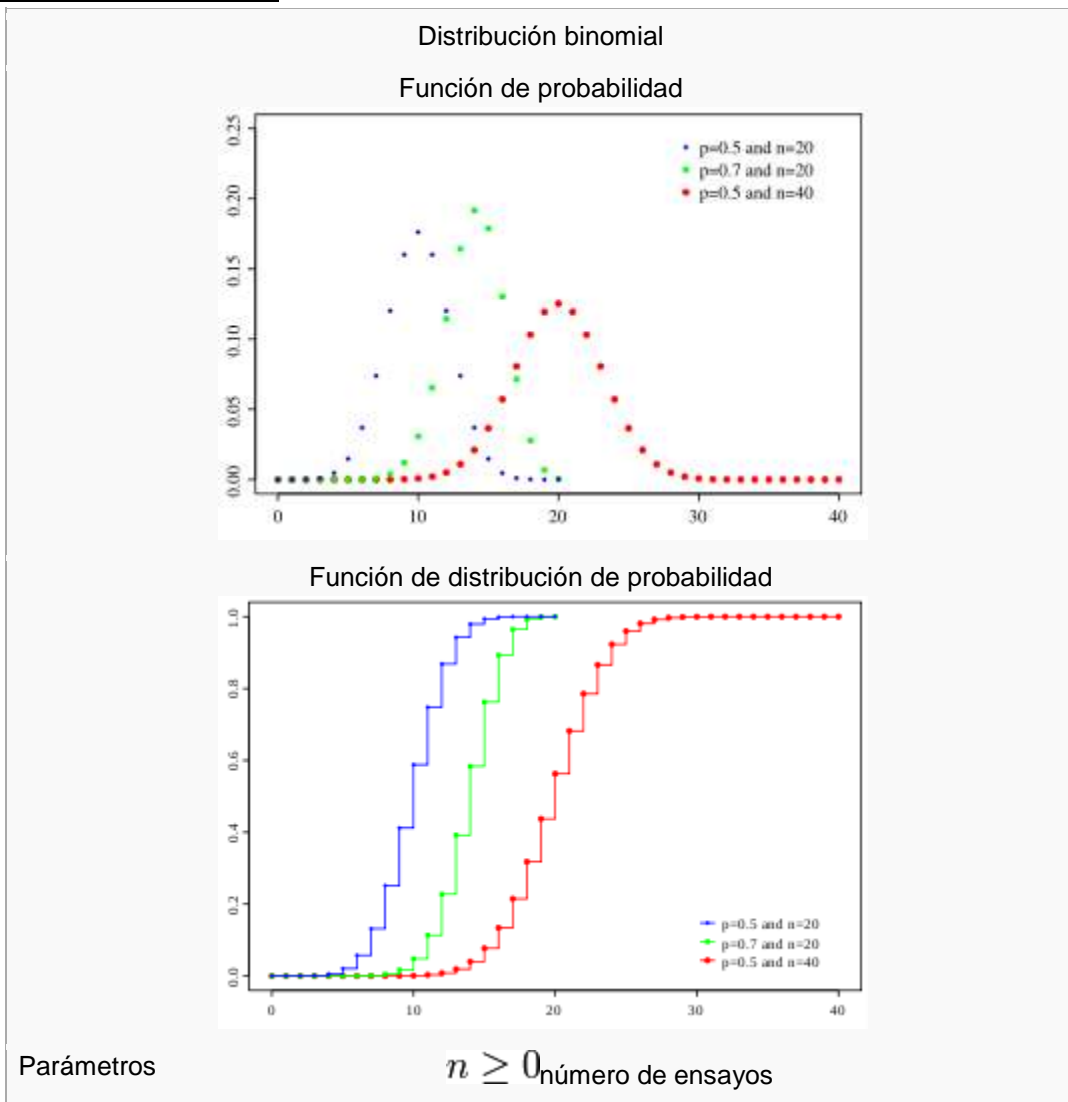
$$\lambda \rightarrow \infty$$

Tipificando:

$$Y = \frac{X - \lambda}{\sqrt{\lambda}}$$

$$Y \sim N(0,1)$$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL



	$0 \leq p \leq 1$ probabilidad de éxito (real)
--	------------------------------------------------

Dominio	$k \in \{0, \dots, n\}$
Función de probabilidad (fp)	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
Función de distribución (cdf)	$I_{1-p}(n - [k], 1 + [k])$
Media	np
Mediana	Uno de $\{[np], \lceil np \rceil\}$
Moda	$\lfloor (n+1)p \rfloor$
Varianza	$np(1-p)$
Coefficiente de simetría	$\frac{1-2p}{\sqrt{np(1-p)}}$
Curtosis	$\frac{1-6p(1-p)}{np(1-p)}$
Entropía	$\frac{1}{2} \ln(2\pi nep(1-p)) + O\left(\frac{1}{n}\right)$
Función generadora de momentos (mgf)	$(1-p + pe^t)^n$
Función característica	$(1-p + pe^{it})^n$

En estadística, la distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta que mide el número de éxitos en una secuencia de n ensayos independientes de Bernoulli, con una probabilidad fija p de ocurrencia del éxito entre los ensayos.

Un experimento de Bernoulli se caracteriza por ser dicotómico, esto es, sólo son posibles dos resultados. A uno de estos se denomina éxito y tiene una probabilidad de ocurrencia p y al otro, fracaso, con una probabilidad $q = 1 - p$. En la distribución binomial el anterior experimento se repite n veces, de forma independiente, y se trata de calcular la probabilidad de un determinado número de éxitos. Para $n = 1$, la binomial se convierte, de hecho, en una distribución de Bernoulli.

Para representar que una variable aleatoria X sigue una distribución binomial de parámetros n y p , se escribe:

$$X \sim B(n, p)$$

La distribución Binomial es la base del test binomial de significación estadística.

Ejemplos.

Las siguientes situaciones son ejemplos de experimentos que pueden modelizarse por esta distribución:

- Se lanza un dado diez veces y se cuenta el número de treses obtenidos: $X \sim B(10, 1/6)$

Experimento Binomial

Existen muchas situaciones en las que se presenta una experiencia binomial. Este tipo de experiencias se caracteriza por estar formada por un número predeterminado n de experimentos iguales. Cada uno de los experimentos es independiente de los restantes (la probabilidad del resultado de un experimento no depende del resultado del resto). El resultado de cada experimento ha de admitir sólo dos categorías (a las que se denomina éxito y fracaso). Las probabilidades de ambas posibilidades han de ser constantes en todos los experimentos (se denotan como p y q o p y $1-p$).

Se designa por X a la variable que mide el número de éxitos que se han producido en los n experimentos.

Cuando se dan estas circunstancias, se dice que la variable X sigue una distribución de probabilidad binomial, y se nota $B(n,p)$.

Características analíticas:

Su función de probabilidad está dada por:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Donde: $x = \{0, 1, 2, \dots, n\}$

Siendo $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ las combinaciones de n en x (n elementos tomados de x en x)

Propiedades características.

$$\mathbb{E}[X] = np$$

$$\text{Var}[X] = np(1-p)$$

Relaciones con otras variables aleatorias

Se verifica que si $\{X_i\}_{i=1, \dots, n}$ son tales que cada una sigue una distribución Bernoulli de

parámetro θ , y todas ellas son independientes entre sí, entonces $\sum_{i=1}^n X_i$ resulta ser una variable aleatoria con distribución binomial de parámetros n, θ .

Además, si n es grande y θ es pequeño, de modo que el producto entre ambos parámetros tiende a λ , entonces la distribución de la variable aleatoria binomial tiende a una distribución de Poisson de parámetro λ

Por último, se cumple que cuando n es muy grande ($n \geq 30$) la distribución binomial se aproxima a la distribución normal.

Propiedades reproductivas.

Dadas n variables aleatorias X_i , tales que:

- todas tienen una distribución binomial;
- todas tienen el mismo parámetro θ ;
- cada una tiene su propio parámetro n_i (es decir, los n no necesariamente tienen que ser iguales);
- NO son TOTALMENTE independientes entre sí;

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i$$

- se toma la variable aleatoria Y ;

$$n_Y = \sum_{i=1}^n n_i$$

- se toma

Entonces:

La variable aleatoria Y tiene una distribución Binomial, con parámetros n_Y y θ .

Por lo tanto, dadas n variables binomiales independientes, de parámetros n_i , $i = 1, \dots, n$ y θ , su suma es también una variable binomial, de parámetros $n_1 + \dots + n_n$ y θ .

DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA

En teoría de probabilidad y estadística, la distribución geométrica es cualquiera de las dos distribuciones de probabilidad discretas siguientes:

- la distribución de probabilidad del número X del ensayo de Bernoulli necesaria para obtener un éxito, contenido en el conjunto $\{1, 2, 3, \dots\}$ o
- la distribución de probabilidad del número $Y = X - 1$ de fallos antes del primer éxito, contenido en el conjunto $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Cuál de éstas es la que uno llama "la" distribución geométrica, es una cuestión de convención y conveniencia.

Si la probabilidad de éxito en cada ensayo es p , entonces la probabilidad de que n ensayos sean necesarios para obtener un éxito es

$$P(X = n) = (1 - p)^{n-1} p$$

Para $n = 1, 2, 3, \dots$. Equivalentemente, la probabilidad de que haya n fallos antes del primer éxito es

$$P(Y = n) = (1 - p)^n p$$

Para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

En ambos casos, la secuencia de probabilidades es una secuencia geométrica.

Por ejemplo, supongamos que un dado ordinario es lanzado repetidamente hasta que aparece "1" por primera vez. La distribución de probabilidad del número de veces que el dado es lanzado se encuentra en el conjunto infinito $\{1, 2, 3, \dots\}$ y es una distribución geométrica con $p=1/6$.

El valor esperado de una variable aleatoria X distribuida geoméricamente es $1/p$ y su varianza es $(1 - p)/p^2$;

$$E(X) = \frac{1}{p}, \quad \text{var}(X) = \frac{1 - p}{p^2}.$$

Equivalentemente, el valor esperado de una variable aleatoria distribuida geoméricamente Y es $(1 - p)/p$, y su varianza es $(1 - p)/p^2$.

$$E(Y) = \frac{1 - p}{p}, \quad \text{var}(Y) = \frac{1 - p}{p^2}.$$

La función generatriz de probabilidad de X y la de Y son, respectivamente,

$$G_X(s) = \frac{sp}{1 - s(1 - p)} \quad \text{y} \quad G_Y(s) = \frac{p}{1 - s(1 - p)}, \quad |s| < (1 - p)^{-1}.$$

Como su continua análoga (la distribución exponencial), la distribución geométrica es sin memoria. Esto significa que si intentamos repetir el experimento hasta el primer éxito, entonces, dado que el primer éxito todavía no ha ocurrido, la distribución de probabilidad condicional del número de ensayos adicionales no depende de cuantos fallos se hayan observado. El dado o la moneda que uno lanza no tiene "memoria" de estos fallos. La distribución geométrica es de hecho la única distribución discreta sin memoria.

De todas estas distribuciones de probabilidad contenidas en $\{1, 2, 3, \dots\}$ con un valor esperado dado μ , la distribución geométrica X con parámetro $p = 1/\mu$ es la de mayor entropía

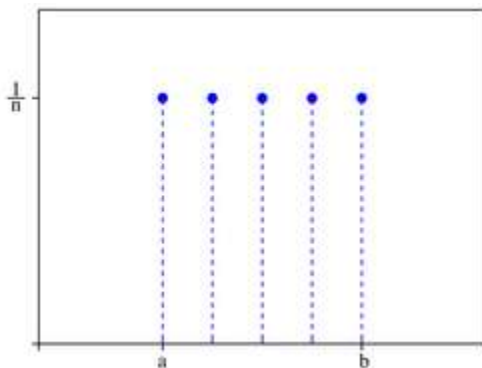
La distribución geométrica del número y de fallos antes del primer éxito es infinitamente divisible, esto es, para cualquier entero positivo n , existen variables aleatorias independientes Y_1, \dots, Y_n distribuidas idénticamente la suma de las cuales tiene la misma distribución que tiene Y . Estas no serán geoméricamente distribuidas a menos que $n = 1$.

3.2.1.2 Generación variables aleatorias continuas : Distribuciones Uniforme, Exponencial, Normal, Erlang, Gamma, Beta, y Triangular.

DISTRIBUCIÓN UNIFORME

En estadística la distribución uniforme es una función de densidad de probabilidad cuyos valores tienen la misma probabilidad.

Distribución uniforme para variable aleatoria discreta.



Distribución uniforme (caso discreto).

Su distribución de probabilidad es en el caso discreto con valores posibles $x_1, x_2 \dots x_n$

$$p(x_i) = \frac{1}{n}$$

Su función de distribución es en el caso discreto:

$$F(x) = \sum_{\forall i \text{ con } x \geq x_i} 1/n$$

Su media estadística es:

$$\mu = \sum_i^n x_i/n$$

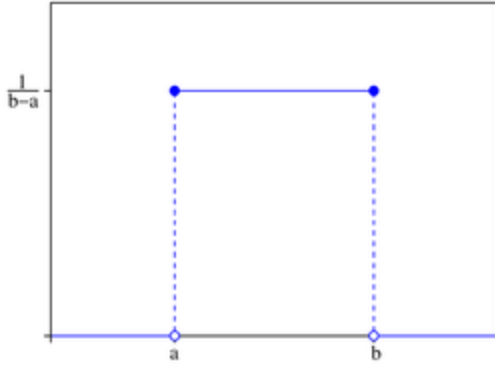
Su varianza es:

$$\sigma^2 = \sum_i^n (x_i - \mu)^2/n$$

Ejemplos para variable aleatoria discreta

- Para un dado perfecto todos los resultados tienen la misma probabilidad $\frac{1}{6}$. Luego, la probabilidad de que al lanzarlo caiga 4 es $\frac{1}{6}$.

- Para una moneda balanceada, todos los resultados tienen la misma probabilidad $\frac{1}{2}$. Luego, la probabilidad de que al lanzarla caiga cara es $\frac{1}{2}$.



Distribución uniforme.

Se dice que una variable aleatoria X continua tiene una distribución uniforme en el intervalo $[a, b]$ si la función de densidad de probabilidad (FDP) es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{para } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{para el resto} \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{para } a \leq x < b \\ 1 & \text{para } x \geq b \end{cases}$$

Su media estadística es:

$$\mu = \frac{a + b}{2}$$

Su varianza es:

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{12}$$

Proposición:

Si X es una variable aleatoria continua, entonces para cualquier número c , $P(X = c) = 0$ además para cualesquiera dos números a y b con $a \leq b$,

$$P(a \leq X \leq b) = \begin{cases} P(a < X \leq b) \\ P(a \leq X < b) \\ P(a < X < b) \end{cases}$$

Es decir, la probabilidad asignada a cualquier valor particular es cero, y la probabilidad de un intervalo no depende de si cualquiera de sus puntos finales está incluido.

Ejemplo para variable aleatoria continua

La tecla RANDOM de la calculadora arroja números al azar entre cero y uno. La distribución de esos números simula ser una distribución uniforme continua entre 0 y 1.

Función de distribución acumulada para variable aleatoria continua.

La *función de distribución acumulada* $F(x)$ para una variable aleatoria X continua está definida para cualquier número X por

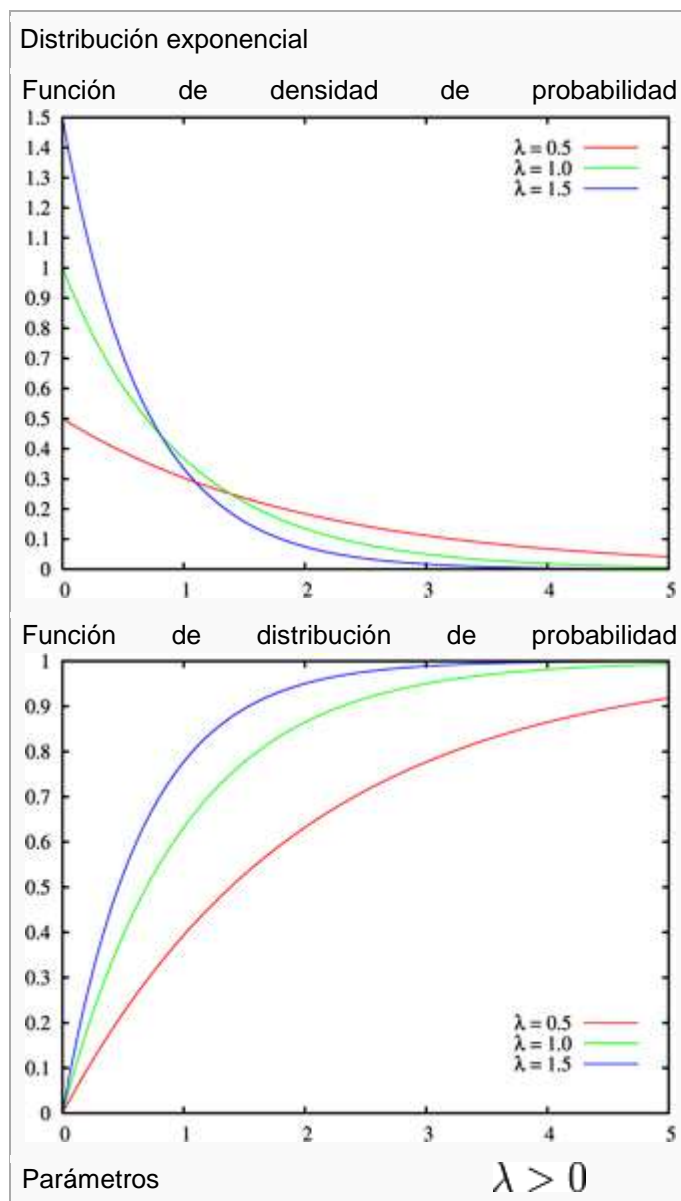
$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

Para cada x , $F(x)$ aumenta suavemente a medida que x aumenta.

Simulación

La distribución uniforme entre 0 y 1, mencionada en el ejemplo anterior, tiene una aplicación muy importante en simulación. Si se desea simular valores de una distribución cualquiera, el procedimiento es, básicamente, el siguiente: Se toma la función de distribución acumulada de la distribución a simular, y se construye su inversa. Luego se simulan valores uniformes entre 0 y 1, y se aplica la función inversa hallada a esos valores. De esta manera se obtienen los valores de cualquier Distribución exponencial.

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL



Dominio	$[0, \infty)$
Función de densidad (pdf)	$\lambda e^{-\lambda x}$
Función de distribución (cdf)	$1 - e^{-\lambda x}$
Media	λ^{-1}
Mediana	$\ln(2)/\lambda$
Moda	0
Varianza	λ^{-2}
Coficiente de simetría	2
Curtosis	6
Entropía	$1 - \ln(\lambda)$
Función generadora de momentos (mgf)	$\left(1 - \frac{t}{\lambda}\right)^{-1}$
Función característica	$\left(1 - \frac{it}{\lambda}\right)^{-1}$

En estadística la distribución exponencial es una distribución de probabilidad continua con un parámetro $\lambda > 0$ cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{para } x \geq 0 \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

Su función de distribución es:

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{para } x \geq 0 \end{cases}$$

Aquí e significa el número e .

El valor esperado y la varianza de una variable aleatoria X con distribución exponencial son:

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Ejemplo:

Ejemplos para la distribución exponencial son los tiempos dentro accidentes con probabilidad invariable.

La función de densidad para λ igual

Véase también: Distribución geométrica

Calcular variables aleatorias [editar]

Se pueden calcular una variable aleatoria de distribución exponencial x por medio de una variable aleatoria de distribución uniforme $u = U(0,1)$:

$$x = -\frac{\ln u}{\lambda}$$

Relaciones

La suma de k variables aleatorias independientes de distribución exponencial con parámetro λ es una variable aleatoria de distribución gamma.

La distribución exponencial es el equivalente continuo de la distribución geométrica discreta. Esta ley de distribución describe procesos en los que:

- Nos interesa saber el tiempo hasta que ocurre determinado evento, sabiendo que,
- el tiempo que pueda ocurrir desde cualquier instante dado t , hasta que ello ocurra en un instante t_f , no depende del tiempo transcurrido anteriormente en el que no ha pasado nada.

Ejemplos de este tipo de distribuciones son:

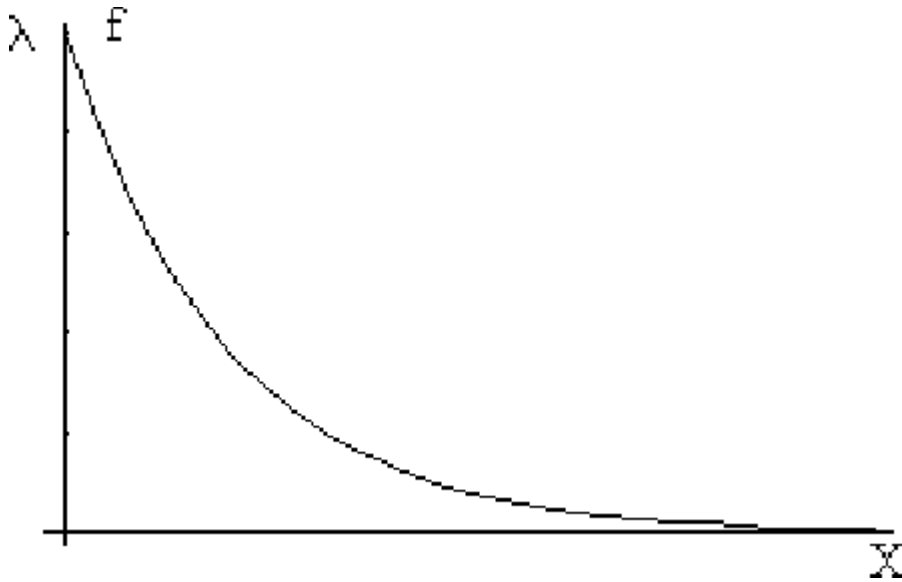
- El tiempo que tarda una partícula radiactiva en desintegrarse. El conocimiento de la ley que sigue este evento se utiliza en Ciencia para, por ejemplo, la datación de fósiles o cualquier materia orgánica mediante la técnica del carbono 14, C^{14} ;
- El tiempo que puede transcurrir en un servicio de urgencias, para la llegada de un paciente;
- En un proceso de Poisson donde se repite sucesivamente un experimento a intervalos de tiempo iguales, el tiempo que transcurre entre la ocurrencia de dos sucesos consecutivos sigue un modelo probabilístico exponencial. Por ejemplo, el tiempo que transcurre entre que sufrimos dos veces una herida importante.

Concretando, si una v.a. continua X distribuida a lo largo de \mathbb{R}^+ , es tal que su función de densidad es

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \text{ si } 0 < x$$

Se dice que sigue una distribución exponencial de parámetro λ , $X \sim \text{Exp}(\lambda)$.

Figura: Función de densidad, f , de una **Exp**(λ)



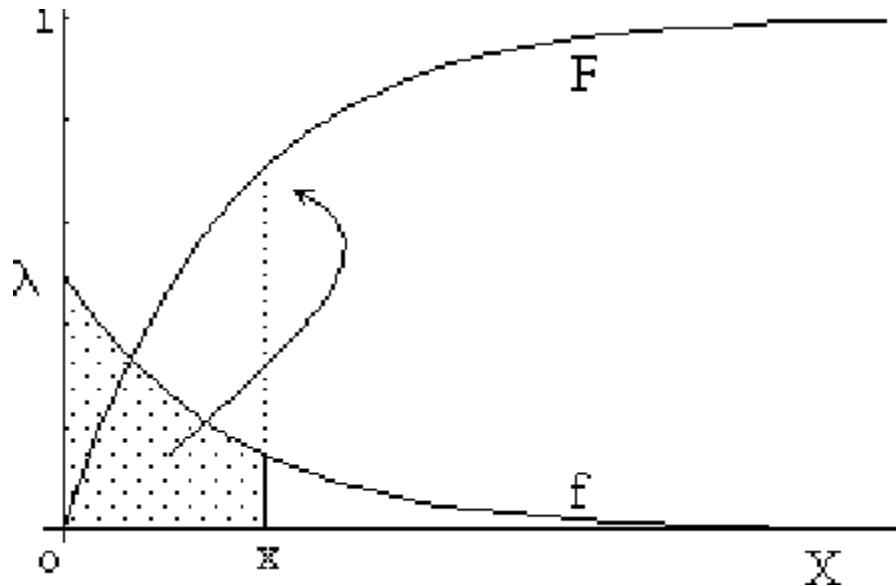
Un cálculo inmediato nos dice que si $x > 0$,

$$\int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^x = 1 - e^{-\lambda x}$$

Luego la función de distribución es:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } 0 < x \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Figura: Función de distribución, F , de **Exp(λ)**, calculada como el área que deja por debajo de sí la función de densidad.



Para calcular el valor esperado y la varianza de la distribución exponencial, obtenemos en primer lugar la función característica

$$\phi_X(t) = \int_0^{+\infty} e^{itx} \lambda e^{-\lambda x} dx = \int_0^{+\infty} \lambda e^{(it-\lambda)x} dx = \left. \frac{\lambda}{it-\lambda} e^{(it-\lambda)x} \right]_0^{+\infty} = -\frac{\lambda}{it-\lambda}$$

Para después, derivando por primera vez

$$\begin{aligned} \phi'_X(t) &= \frac{\lambda i}{(it-\lambda)^2} \\ &\Downarrow \\ \mathbf{E}[X] &= \frac{\phi'_X(0)}{i} = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

Y derivando por segunda vez:

$$\begin{aligned} \phi''_X(t) &= \frac{-2\lambda i^2}{(it-\lambda)^3} \\ &\Downarrow \\ \mathbf{E}[X^2] &= \frac{\phi''_X(0)}{i^2} = \frac{-2\lambda}{-\lambda^3} = \frac{2}{\lambda^2} \end{aligned}$$

Entonces la varianza vale:

$$\mathbf{Var}[X] = \mathbf{E}[X^2] - \mathbf{E}[X]^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

Ejemplo

En un experimento de laboratorio se utilizan 10 gramos de ${}^{210}_{84}\text{Po}$. Sabiendo que la duración media de un átomo de esta materia es de 140 días, ¿cuánto tiempo transcurrirán hasta que haya desaparecido el 90% de este material?

Solución: El tiempo T de desintegración de un átomo de ${}^{210}_{84}\text{Po}$ es una v.a. de distribución exponencial:

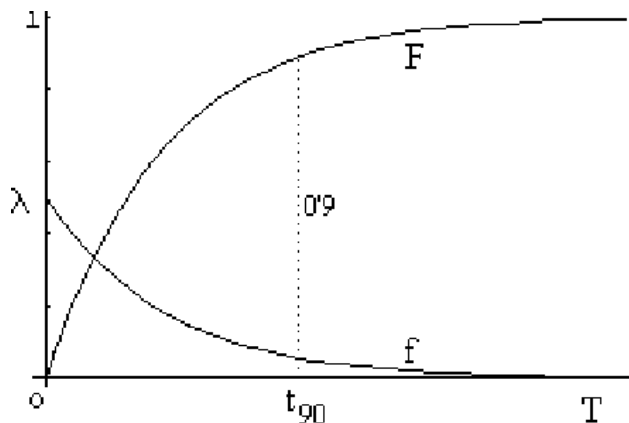
$$T \sim \text{Exp} \left(\lambda = \frac{1}{140} \right) \iff f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ si } \forall t \geq 0$$

$$\iff F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Como el número de átomos de ${}^{210}_{84}\text{Po}$ existentes en una muestra de 10 gramos es enorme, el histograma de frecuencias relativas formado por los tiempos de desintegración de cada uno de estos átomos debe ser extremadamente aproximado a la curva de densidad, f . Del mismo modo, el polígono de frecuencias relativas acumuladas debe ser muy aproximado a la curva de su función de distribución F . Entonces el tiempo que transcurre hasta que el 90% del material radiactivo se desintegra es el percentil 90, t_{90} , de la distribución exponencial, es decir

$$F(t_{90}) = 0,9 \iff e^{-\lambda t_{90}} = 1 - 0,9 \iff t_{90} = -\frac{1}{\lambda} \ln 0,1 \approx 322 \text{ días}$$

Figura: Como el número de átomos (observaciones) es extremadamente alto en 10 gramos de materia, el histograma puede ser aproximado de modo excelente por la función de densidad exponencial, y el polígono de frecuencias acumuladas por la función de distribución.



Ejemplo

Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de marcapasos sigue una distribución exponencial con media de 16 años. ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le ha implantado este marcapasos se le deba reimplantar otro antes de 20 años? Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 25 años?

Solución: Sea T la variable aleatoria que mide la duración de un marcapasos en una persona. Tenemos que

$$T \sim \mathbf{Exp} \left(\lambda = \frac{1}{16} \right) \iff f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ si } \forall t \geq 0$$

$$\iff F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Entonces:

$$\mathcal{P}[T \leq 20] = \int_0^{20} f(t) dt = F(20) = 1 - e^{-\frac{20}{16}} = 0,7135$$

En segundo lugar:

$$\mathcal{P}[T \leq 25 | T \geq 5] = \frac{\mathcal{P}[5 \leq T \leq 25]}{\mathcal{P}[T \geq 5]} = \frac{0,522}{0,7316} = 0,7135$$

$$\mathcal{P}[5 \leq T \leq 25] = \int_5^{25} f(t) dt = F(25) - F(5) = 1 - e^{-\frac{25}{16}} - 1 + e^{-\frac{5}{16}} = 0,522$$

$$\mathcal{P}[T \geq 5] = \int_5^{+\infty} f(t) dt = F(+\infty) - F(5) = 1 - 1 + e^{-\frac{5}{16}} = 0,7316$$

Luego como era de esperar, por ser propio a un mecanismo exponencial:

$$\mathcal{P}[T \leq 25 | T \geq 5] = \mathcal{P}[T \leq 20]$$

O sea, en la duración que se espera que tenga el objeto, no influye en nada el tiempo que en la actualidad lleva funcionando. Es por ello que se dice que "la distribución exponencial no tiene memoria".

DISTRIBUCIÓN NORMAL O GAUSSIANA

La distribución gaussiana, recibe también el nombre de *distribución normal*, ya que una gran mayoría de las v. a. (variables aleatorias) continuas de la naturaleza siguen esta distribución. Se

dice que una v.a. X sigue una distribución normal de parámetros μ y σ^2 , lo que representamos

del modo $X \sim \mathbf{N}(\mu, \sigma^2)$ ^{6.4} si su función de densidad es:

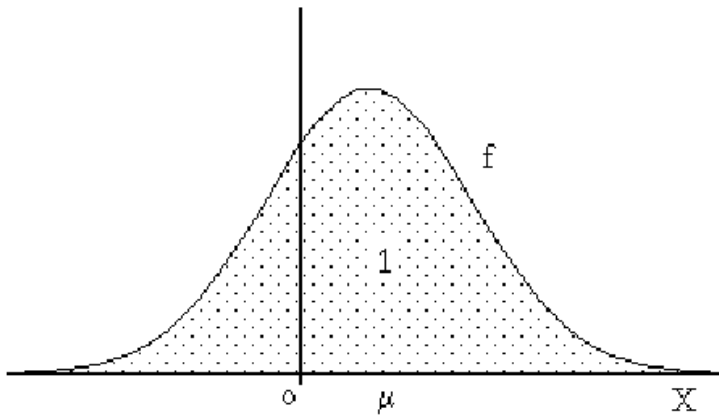
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Observación

Estos dos parámetros μ y σ^2 coinciden además con la media (esperanza) y la varianza respectivamente de la distribución como se demostrará más adelante^{6.5}:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[X] &= \mu \\ \mathbf{Var}[X] &= \sigma^2 \end{aligned}$$

La forma de la función de densidad es la llamada *campana de Gauss*.



Campana de Gauss o función de densidad de una v.a. de distribución normal. El área contenida entre la gráfica y el eje de abscisas vale 1.

DISTRIBUCION GAMMA

Este modelo es una generalización del modelo Exponencial ya que, en ocasiones, se utiliza para modelar variables que describen *el tiempo hasta que se produce p veces un determinado suceso*.

Su función de densidad es de la forma:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha^p \Gamma(p)} e^{-\frac{x}{\alpha}} x^{p-1} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Como vemos, este modelo depende de dos parámetros positivos: α y p . La función $\Gamma(p)$ es la denominada *función Gamma de Euler* que representa la siguiente integral:

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} x^{p-1} e^{-x} dx$$

Que verifica $\Gamma(p + 1) = p\Gamma(p)$, con lo que, si p es un número entero positivo, $\Gamma(p + 1) = p!$

Propiedades de la distribución Gamma

1. Su esperanza es $p\alpha$.
2. Su varianza es $p\alpha^2$.

3. La distribución Gamma ($\alpha, p = 1$) es una distribución Exponencial de parámetro α . Es decir, el modelo Exponencial es un caso particular de la Gamma con $p = 1$.

4. Dadas dos variables aleatorias con distribución Gamma y parámetro α común

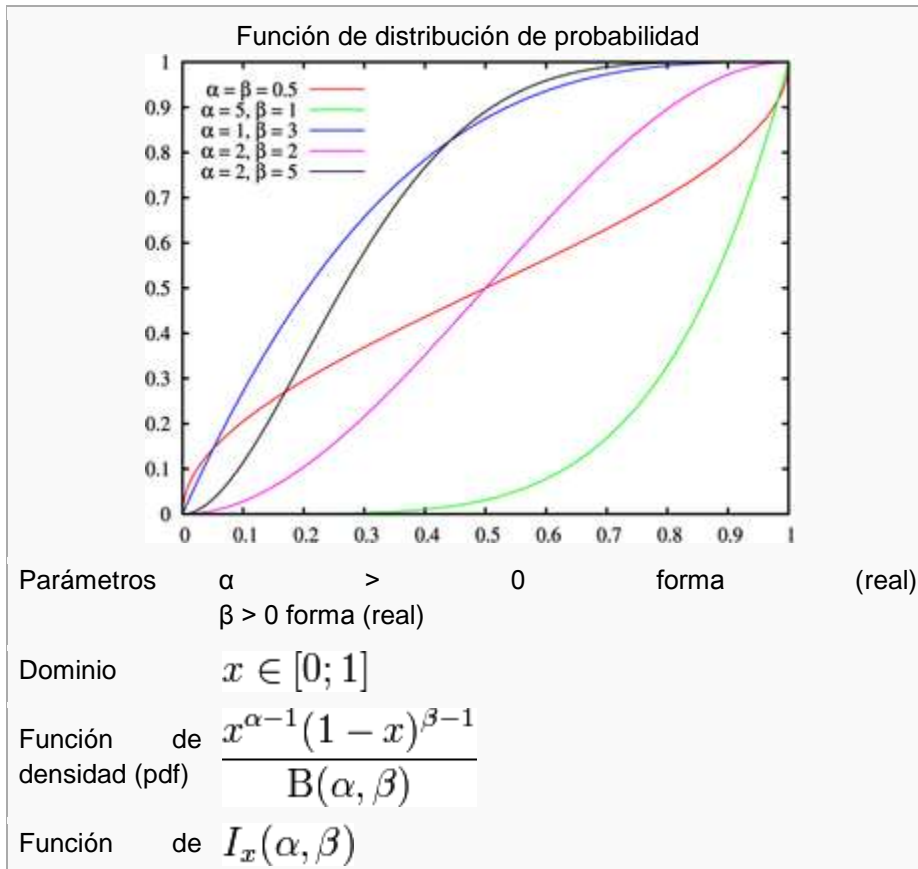
$$X \sim G(\alpha, p_1) \text{ y } Y \sim G(\alpha, p_2)$$

se cumplirá que la suma también sigue una distribución Gamma

$$X + Y \sim G(\alpha, p_1 + p_2).$$

Una consecuencia inmediata de esta propiedad es que, si tenemos k variables aleatorias con distribución Exponencial de parámetro α (común) e independientes, la suma de todas ellas seguirá una distribución $G(\alpha, k)$.

DISTRIBUCIÓN BETA



distribución (cdf)	
Media	$\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$
Mediana	
Moda	$\frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2}$ para $\alpha > 1, \beta > 1$
Varianza	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$
Coefficiente de simetría	$\frac{2(\beta - \alpha)\sqrt{\alpha + \beta + 1}}{(\alpha + \beta + 2)\sqrt{\alpha\beta}}$
Función generadora de momentos (mgf)	$1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\prod_{r=0}^{k-1} \frac{\alpha + r}{\alpha + \beta + r} \right) \frac{t^k}{k!}$
Función característica	${}_1F_1(\alpha; \alpha + \beta; it)$

UNIDAD 4

LENGUAJES DE SIMULACIÓN Y SIMULADORES DE EVENTOS DISCRETOS

4.1 Lenguajes de simulación y simuladores

Muchas propiedades en programación de modelos de simulación discreta, tales como:

- Generadores de números aleatorios.
- Generadores de variables aleatorias.
- Rutinas del siguiente evento.
- Avance de tiempo.
- Recopilación de estadísticas.
- Reportes, etc.

Han sido desarrolladas en lenguajes especiales orientados a simulación, dejando la ardua labor de programación en FORTRAN, C o PASCAL a lenguajes de simulación, los que incluyen facilidades de animación. Actualmente, existen cerca de 100 sw's de simulación, disponibles en una variedad de computadores. La importancia de escribir modelos de simulación en lenguajes de propósitos generales como FORTRAN radica en: • Permite conocer los detalles íntimos de la simulación. • Es imprescindible, cuando no se dispone de software de simulación. • Algunos modelos en lenguajes de simulación permiten interfaces con lenguajes generales, específicamente FORTRAN (ocurre con SLAM II, SIMAN, GPSS). Por otra parte, los lenguajes de simulación ofrecen mayores ventajas, porque: • Automáticamente proveen muchas de las facilidades necesarias en la simulación del modelo. • Proveen un natural ambiente para la modelación de la simulación. • Son fáciles de usar. • Proveen una gran interacción entre edición, depuración y ejecución. Alcanzando algunos de ellos implantación de la ingeniería de software.

Clasificación del software para simulación

Existen en el mercado dos grandes clases de software para simulación: los lenguajes y los simuladores. Un lenguaje de simulación es un software de simulación de naturaleza general y posee algunas características especiales para ciertas aplicaciones, tal como ocurre con SLAM 11 y SIMAN con sus módulos de manufactura. El modelo es desarrollado usando las instrucciones adecuadas del lenguaje y permitiendo al analista un gran control para cualquier clase de sistema.

Aprendizaje y uso de un simulador

Un simulador (o de propósitos especiales) es un paquete de computadoras que permite realizar la simulación para un ambiente específico, no requiriendo esfuerzo en programación. Hoy en día existen simuladores para ambientes de manufactura y sistemas de comunicación permitiendo un menor tiempo en el desarrollo del modelo, así como también contar con el personal sin experiencia en simulación.

Los simuladores son actualmente muy utilizados para análisis en alto nivel, requiriéndose únicamente agregar detalles en un cierto nivel, puesto que lo demás es estándar.

Para procesar transacciones en espera de un ordenamiento, un lenguaje de simulación debe proporcionar un medio automático de almacenamiento y recuperación de estas entidades. Atendiendo a la orientación del modelamiento de una simulación discreta, existen tres formas:

1. Programación de eventos.
2. Procesos.
3. Exanimación de actividades.

Una programación al evento es modelada, identificando las características del evento y luego se escriben un juego de rutinas para los eventos con la finalidad de describir detalladamente los cambios que ocurren en el tiempo en cada evento. Lenguajes como SIMSCRIPT 11.5 y SLAM 11 están orientados al evento.

Una interacción al proceso es una secuencia de tiempos interrelacionados, describiendo la experiencia de una entidad a través del sistema. Por ejemplo, en un modelo de colas esta "historia" se traduce en el paso del tiempo del ingreso a la cola, ingreso al servidor, paso del tiempo en el servicio y fin del servicio. GPSS, SIMAN y SIMNET son orientados al proceso.

En el examen de actividades, el modelador define las condiciones necesarias al empezar y finalizar cada actividad en el sistema. El tiempo es avanzado en iguales incrementos de tiempo y en cada incremento de tiempo, las condiciones son evaluadas para determinar si alguna actividad puede estar empezando o terminando. El ESCL, es un lenguaje de simulación muy popular en Europa y fue desarrollado en FORTRAN.

GASP IV

Es una colección de subrutinas FORTRAN, diseñadas para facilitar la simulación de secuencia de eventos. Cerca de 30 subrutinas y funciones que proveen numerosas facilidades, incluyendo:

- Rutinas de avance del tiempo,
- Gestión de listas de eventos futuros,
- Adición y remoción de entidades.
- Colección de estadísticas.
- Generadores de variables aleatorias.
- Reporte estándar.

El programador únicamente provee un programa main, una rutina de actualización, rutinas de eventos, generadores de reportes personalizados y una subrutina denominada EVNTS. El programa main debe incluir la sentencia CALL GASP; siendo GASP una subrutina que determina el eminente evento, invocando a EVNTS escrita por el usuario y obtiene el índice NEXT.

GASP IV es un lenguaje de simulación desarrollado por Alan B. Priestker y N. Hurst en 1973. Es un lenguaje híbrido porque puede ser usado para programadores de simulación discretos, continuos y combinados; siendo el primero en integrar completamente estos dos ambientes de función del tiempo. GASP IV es un derivado del GASP II, y se diferencia por la definición del evento espacio-estado (state space event). SIMSCRIPT II.5 Desarrollado en la RAND Corporation por H. Markowitz en los inicios de los sesenta. SIMSCRIPT 11.5. Es un lenguaje de simulación con orientación al evento y al proceso, es híbrido porque posee facilidades para simulación de sistemas discretos y continuos. Un programador SIMSCRIPT 11.5 consiste de las siguientes partes: • Preamble • Main program • Rutinas de eventos. • Rutinas ordinarias.

SIMSCRIPT 11.5, producido por CACI Products Company (La Jolla, California), fue utilizado en el pasado en grandes y complejas simulaciones, como es el caso de los modelos no orientados a colas; por ejemplo modelos de combates militares. Se encuentra disponible en versión PC destacando su ambiente de S 11 VIGRAPHICS.

SIMSCRIPT 11.5 está basado en entidades, atributos y conjuntos. Visualiza el mundo a ser simulado como un conjunto de entidades que pueden ser descritas a través de sus atributos y los eventos que aparecen en el tiempo. SIMAN/Cinema

La versión original del SIMAN (Simulation and Analysis) fue desarrollada por Dennis Pegden, en la Universidad de Alabama, cuando era líder del grupo de desarrollo de la versión original de SLAM

(basada en los software de GASP y Q-GER-r de Pristker and Associates). Más tarde, Pegden inicia su trabajo en el Pennsylvania State University donde lo diseña como un lenguaje de modelamiento para propósitos generales, incluyendo facilidades de manufactura muy útiles en modelamiento de sistemas complejos de manufactura.

Desde su implementación inicial en 1984, ha sido continuamente refinado por System Modeling Corporation, y en 1998 y 1989 el lenguaje fue completamente rediseñado dando origen a SIMAN/Cinema.

4.1.1 Características aplicación y uso

La codificación de un modelo de simulación de un sistema con sucesos discretos en términos de un lenguaje de programación de tipo general o especial pone de manifiesto una serie de características comunes a todos ellos.

- 1.- La generación de muestras de números aleatorios uniformemente distribuidos en (0,1).
- 2.- La generación de muestras de variables aleatorias con distribución específicas
- 3.- Los mecanismos de control y flujo del tiempo durante la simulación
- 4.- La determinación del suceso que ha de ser tratado a continuación de lo que está siendo.
- 5.- La adición supresión o actualización de registros en estructuras de datos
- 6.- La recolección y el análisis de los datos generados por la simulación
- 7.- La elaboración de informes sobre los resultados obtenidos
- 8.- La detección de condiciones de error

La existencia de estos y otros factores ya comunes a la mayor parte de los programas de simulación es lo que ha conducido al desarrollo de los lenguajes de simulación de propósito general cuyo perfeccionamiento estandarización han sido los principales factores del incremento que ha experimentado el uso de la simulación en los últimos años. Algunas de las ventajas de programar el modelo de simulación en un lenguaje de simulación en vez de hacerlo en un lenguaje principal.

- 1.- Los lenguajes de simulación proporcionan automáticamente todas las características necesarias para la programación de un modelo.
- 2.- Proporciona un marco de trabajo natural para el uso de modelos de simulación.
- 3.- Los modelos de simulación son mucho más fácilmente modificables cuando están escritos en un lenguaje de simulación y por consiguiente se pueden modificar cuando están escritos en un lenguaje de simulación.
- 4.- Muchos de los lenguajes de simulación proporcionan una asignación dinámica de memoria durante la ejecución cosa que no ocurre con todos los lenguajes.
- 5.- Facilitan una mejor detección de errores especialmente los inherentes a la lógica del proceso de simulación.

Los lenguajes de simulación para sistemas discretos se eligen en base a lo atractivo de sus características aunque hay una de ellas que resulta determinante o impone la naturaleza del lenguaje es la estrategia enfoque o visión del mundo al lenguaje utilizado.

4.1.2 El Programa de Simulación "ARENA".

En este apartado se hará un breve resumen de los métodos de modelado de sistemas aplicando el programa de simulación ARENA (de Systems Modeling Corporation,). Utilizando ejemplos sencillos, se irá haciendo un recorrido por las posibilidades del programa para simular cualquier tipo de sistema.

4.2.2 Elementos de un modelo de ARENA.

Entidades. La mayoría de las simulaciones incluyen “entidades” que se mueven a través del modelo, cambian de estado, afectan y son afectadas por otras entidades y por el estado del sistema, y afectan a las medidas de eficiencia. Son los elementos dinámicos del modelo, habitualmente se crean, se mueven por el modelo durante un tiempo y finalmente abandonan el modelo. En un proceso sencillo de fabricación, como el que analizamos en el primer ejemplo, las entidades serán las piezas que son creadas, pasan a la cola si la máquina que debe procesarlas está ocupada, entran en la máquina cuando ésta queda libre, y abandonan el sistema cuando salen de la máquina. En este caso sólo habrá un tipo de entidades (aunque puede haber simultáneamente varias “copias” de la entidad circulando por el diagrama), pero en un caso general podría haber muchos tipos de entidades distintas (y muchas copias de cada una de ellas), que representarían distintos tipos de piezas, de diferentes características, prioridades, rutas, etc.

Atributos. Para individualizar cada entidad, se le pueden unir distintos “atributos”. Un atributo es una característica de todas las entidades, pero con un valor específico que puede diferir de una entidad a otra. Por ejemplo, en el primer ejemplo, nuestras entidades (piezas), podrían tener unos atributos denominados *Hora de Llegada*, *Fecha de Entrega*, *Prioridad* y *Color* para indicar esas características para cada entidad individual. Arena hace un seguimiento de algunos atributos de manera automática, pero será.

Necesario definir, asignar valores, cambiar y usar atributos específicos, en cada sistema que se desee simular.

Variables (Globales). Una variable es un fragmento de información que refleja alguna característica del sistema, independientemente de las entidades que se muevan por el modelo. Se pueden tener muy diferentes variables en un modelo, pero cada una es única. Existen dos tipos de variables: las variables prefijadas de Arena (número de unidades en una cola, número de unidades ocupadas de un recurso, tiempo de simulación, etc.) y las variables definibles por el usuario (número de unidades en el sistema, turno de trabajo, etc.) Contrariamente a los atributos, las variables no están unidas a ninguna entidad en particular, sino que pertenecen al sistema en su conjunto. Las entidades pueden variar el valor de las variables en algún momento, por ejemplo, la variable *Número de Unidades en el Sistema* cambiará de valor cuando se crea o se elimina una entidad.

Recursos. Las entidades compiten por ser servidas por recursos que representan cosas como personal, equipo, espacio en un almacén de tamaño limitado, etc. Una o varias unidades de un recurso libre son *asignadas* a una entidad, y son *liberadas* cuando terminan su trabajo. Una entidad podría recibir simultáneamente servicio de varios recursos (por ejemplo una máquina y un operario)

Colas. Cuando una entidad no puede continuar su movimiento a través del modelo, a menudo porque necesita un recurso que está ocupado, necesita un espacio donde esperar que el recurso quede libre, ésta es la función de las colas. En Arena, cada cola tendrá un nombre y podría tener una capacidad para representar, por ejemplo, un espacio limitado de almacenamiento.

Acumuladores de estadísticas. Para obtener las medidas de eficiencia finales, podría ser conveniente hacer un seguimiento de algunas variables intermedias en las que se calculan estadísticas, por ejemplo: el número total de piezas producidas, el tiempo total consumido en la cola, el número de unidades que han pasado por la Cola (necesitaremos este valor para calcular el tiempo medio en cola), el mayor tiempo invertido en la cola por una entidad, el tiempo total en el sistema (en cola más procesado), el mayor tiempo consumido en el sistema por una entidad, etc. Todos estos acumuladores deberían ser inicializados a 0, y cuando sucede algún hecho en el sistema, se tendrán que actualizar los acumuladores afectados. *Eventos.* Un evento es algo que sucede en un instante determinado de tiempo en la simulación, que podría hacer cambiar los atributos, variables, o acumuladores de estadísticas. En nuestro ejemplo sencillo, sólo hay tres tipos de eventos: Llegada de una nueva pieza al sistema, Salida de una pieza del sistema cuando finaliza el tiempo de procesado en la máquina, y Final de la simulación, cuando se cumple el tiempo previsto.

Reloj de la Simulación. El valor del tiempo transcurrido, se almacena en una variable denominada *Reloj de Simulación*. Este reloj irá avanzando de evento en evento, ya que al no cambiar nada entre eventos, no es necesario gastar tiempo llegando de uno a otro.

4.2.3 Menús principales

Locaciones

- Representan los lugares fijos en el sistema a dónde se dirigen las entidades por procesar, el almacenamiento, o alguna otra actividad o fabricación.
- Deben usarse locaciones para modelar los elementos como las máquinas, áreas de espera, estaciones de trabajo, colas, y bandas transportadoras.

Editor de locaciones

- El Editor de locaciones consiste en tres ventanas:
- La ventana de Gráficos ubicada hacia la esquina inferior izquierda de la pantalla,
- La tabla de edición de locaciones a lo largo de la parte superior de la pantalla, y
- La ventana de Layout (Esquema) ubicada hacia la esquina inferior derecha de la pantalla.

Entidades

- Todo lo que el sistema procesa es llamado "Entidad", también puede pensarse en ellas como las partes en los sistemas de manufactura, personas, papeles, tornillos, productos de toda clase.

Proceso

- Define las rutas y las operaciones que se llevaran a cabo en las locaciones para las entidades en su viaje por el sistema.
- También puede decirse que generalmente se conocen o
- Hacen parte de la información recolectada del sistema, los diagramas de proceso operación, estos se transcribirán al computador para formar el proceso
- Arribos
- Al transcurrir la simulación nuevas entidades entran al
- Sistema, esto es un arribo.
- Un arribo puede consistir en personas, materia prima,
- Información, los sistemas necesitan una entrada para activar el funcionamiento de los procesos al interior de ellos

Editor de Arribos

- El editor de arribos consta de tres ventanas que
- Aparecen la pantalla juntas,
- La tabla de edición,
La ventana de herramientas y Ventana de layout ó esquema.
- Información General
- Permite especificar información básica del modelo
- Como el nombre; las unidades por defecto de tiempo y distancia, así como la librería grafica de la cual se toman las imágenes para crear locaciones, entidades
- Construcción de un modelo

La creación de un modelo no requiere conocimientos matemáticos ni estadísticos, sólo son necesarios unos conocimientos informáticos a nivel de usuario.

UNIDAD 5

Proyecto Final el cual consiste en el análisis, modelado y simulación de sistema de servicios o productivo de una empresa para detectar las mejoras posibles a realizar, y plantear acciones que mejoren el desempeño de sistemas y que en el caso de poder implementarse se lleve hasta este nivel.

ELABORACIÓN DE MÁSCARAS

OBJETIVO GENERAL

Tener una mejor eficiencia en la elaboración de máscaras.

Antecedentes

Una máscara es un pedazo de material usado sobre la cara. El material o materiales del que está hecha puede ser tela, plástico, petate, yeso, madera, piel, etcétera.

Las máscaras se han utilizado desde la antigüedad con propósitos ceremoniales y prácticos.

La palabra "máscara" tiene origen en el masque francés o maschera en italiano o máscara del español. Los posibles antepasados en latín (no clásico) son mascus, masca = "fantasma", y el maskharah árabe = "bufón", "hombre enmascarado".

Las máscaras se usan en funciones rituales, sociales y religiosas, donde los participantes las usan para representar las figuras espirituales o legendarias. En algunas culturas también se cree que el usar una máscara permitirá que el portador tome las cualidades de la representación de esa máscara; es decir, una máscara de leopardo inducirá al portador a convertirse o actuar como leopardo.

En México y Centroamérica, la mayoría de las ciudades tienen un nombre cristiano y nombre indígena, por ejemplo, Santiago Tianguistenco, o Santa María Axixitla. Todos los santos cristianos tienen un día específico en el año dedicado a ellos, y cada ciudad típicamente tiene un festival durante ese día, implicando la combinación de las tradiciones cristiana e indígena. Estos festivales incluyen con frecuencia los desfiles y teatro callejero donde actúan una historia. Las máscaras y los trajes de estos festivales se convierten en artículos de colección. Una máscara utilizada en tales festivales se denomina como máscara "danzada". Estas máscaras pintadas hechas a mano, se fabrican típicamente con madera y pueden utilizar cuerdas, cuernos o dientes animales, o caucho de los neumáticos como ornamentos.



Diagrama de flujo en Arena
(Presentación ilustrativa)

Diagrama de flujo de la elaboracion de un mascara

